Рубрика: математическая физика.

Тематика: специальная теория относительности.

Кочетков Виктор Николаевич

главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ»)

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ В ОБЩЕМ ВИДЕ

В данной статье делается попытка установить, являются ли в специальной теории относительности преобразования Лоренца единственно возможной связью между координатами и временем в инерциальных системах отсчета

В "специальной теории относительности в общем виде" в отличие от специальной теории относительности в не применяется принцип инвариантности скорости света (т.е. устанавливаются менее жесткие условия). Тем более что возможность существования скорости инвариантной во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчета будет являться следствием частного случая "специальной теории относительности в общем виде".

Допустим, что пространство однородно и изотропно, а время однородно (т.е. имеется симметрия пространства и времени).

При рассмотрении будем использовать принцип относительности: в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково.

Предположим, что имеются две инерциальные системы отсчета: неподвижная $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижная $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$

попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ движется относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ с постоянной скоростью $\mathbf{V}$ относительно оси $\mathbf{Ox_1}$;

- в качестве начала отсчета времени ($\mathbf{t_1}$=0 и $\mathbf{t_2}$=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат $\mathbf{O_1}$ и $\mathbf{O_2}$ этих систем совпадают.

Исходя из симметрии пространства и времени и принципа относительности соотношения между координатами и временем одного и того же события в двух инерциальных системах отсчета неподвижной $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижной $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ могут быть записаны следующим образом:

$$x_1 = \beta \cdot (x_2 + V \cdot t_2) \qquad (1)$$

$$x_2 = \beta \cdot (x_1 - V \cdot t_1) \qquad (2)$$

$$y_1 = y_2 \qquad (3)$$

$$z_1 = z_2 \qquad (4)$$

где: $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{z_1}$, $\mathbf{t_1}$ и $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{z_2}$, $\mathbf{t_2}$ - координаты точки $\mathbf{A}$ и значения времени в системах отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$,соответственно;

$\boldsymbol{\beta}$ - коэффициент перехода.

Из формул (1) и (2) можно записать зависимость для значений времен $\mathbf{t_1}$ и $\mathbf{t_2}$:

$$t_1 = \{[(\beta^2 - 1) \cdot x_2] / (\beta \cdot V)\} + (\beta \cdot t_2) \qquad (5)$$

$$t_2 = \{[(1 - \beta^2) \cdot x_1] / (\beta \cdot V)\} + (\beta \cdot t_1) \qquad (6)$$

Связь между проекциями $\mathbf{v_{x2}}$ и $\mathbf{v_{y2}}$ скорости движения точки $\mathbf{A}$ в подвижной системе $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ на оси декартовых координат и аналогичными проекциями $\mathbf{v_{x1}}$ и $\mathbf{v_{y1}}$ скорости этой точки $\mathbf{A}$ в неподвижной системе $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ будет выглядеть следующим образом:

$$v_{x1} = (v_{x2} + V) / \boldsymbol{\{}\{[(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}] / (\beta^2 \cdot V)\} + 1\boldsymbol{\}} \qquad (7)$$

$$v_{x2} = (v_{x1} - V) / \boldsymbol{\{}\{[(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}] / (\beta^2 \cdot V)\} + 1\boldsymbol{\}} \qquad (8)$$

$$v_{y1} = v_{y2} / \boldsymbol{\{}\{[(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}] / (\beta \cdot V)\} + \beta\boldsymbol{\}} \qquad (9)$$

$$v_{y2} = v_{y1} / \boldsymbol{\{}\{[(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}] / (\beta \cdot V)\} + \beta\boldsymbol{\}} \qquad (10)$$

Допустим, что существует такое значение $\mathbf{V_{xкр}}$ проекции $\mathbf{v_{x1}}$ скорости движения точки $\mathbf{A}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, которому бы соответствовало значение проекции $\mathbf{v_{x2}}$ скорости движения точки **А** в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, равное $\mathbf{V_{xкр}}$, т.е. когда:

$$v_{x1} = v_{x2} = V_{xкр} \qquad (11)$$

Подставив значение (11) в формулу (7), получим:

$$V_{xкр}^2 = (\beta^2 \cdot V^2) / (\beta^2 - 1) \qquad (12)$$

Из формулы (12) следует зависимость $\mathbf{V_{xкр}}$ от величины скорости **V** и коэффициента перехода **β** для любого возможного значения скорости **V**:

$$V_{xкр} = \pm (\beta \cdot V) / (\beta^2 - 1)^{1/2} \qquad (13)$$

В случае если коэффициент перехода **β** имеет значение $\boldsymbol{\beta \geq 1}$, получим, что $\mathbf{V_{xкр}}$ будет иметь действительное значение и ее для дальнейшего рассмотрения запишем как:

$$V_{xкр} = v_{xкр1} = \pm (\beta \cdot V) / (\beta^2 - 1)^{1/2} \qquad (14)$$

где: $\mathbf{v_{xкр1}}$ - действительная величина, имеющая размерность скорости.

А в случае, если коэффициент перехода **β** имеет значение $\boldsymbol{0 < \beta \leq 1}$, получим, что $\mathbf{V_{xкр}}$ будет иметь мнимое значение и которую для дальнейшего рассмотрения запишем как:

$$V_{xкр} = i \cdot v_{xкр2} = \pm (i \cdot \beta \cdot V) / (1 - \beta^2)^{1/2} \qquad (15)$$

где: $\mathbf{v_{xкр2}}$ - действительная величина, имеющая размерность скорости.

Из формулы (13) можно получить зависимость коэффициента перехода **β** от величины скорости **V** для любого возможного значения скорости **V** :

$$\beta^2 = 1 / [1 - (V^2 / V_{xкр}^2)] \qquad (16)$$

Тогда из формулы (16) с учетом формул (14) и (15) можно записать для коэффициента перехода **β**, имеющего значения:

- $\boldsymbol{\beta \geq 1}$, который обозначим как $\boldsymbol{\beta_{>}}$:

$$\beta_{>}^2 = 1 / [1 - (V^2 / v_{xкр1}^2)] \qquad (17)$$

- $\boldsymbol{0<\beta \leq 1}$, который обозначим как $\boldsymbol{\beta_{<}}$:

$$\beta_{<}^2 = 1 / [1 + (V^2 / v_{xкр2}^2)] \qquad (18)$$

Использование принципа относительности позволяет получить следующую формулу:

$$\{[(1 - \beta_2^2) \cdot V_3] / (\beta_2^2 \cdot V_2)\} + 1 = \{[(1 - \beta_3^2) \cdot V_2] / (\beta_3^2 \cdot V_3)\} + 1 \qquad (19)$$

где: $\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$ - коэффициенты перехода для подвижных инерциальных систем отсчета, движущихся относительно неподвижной инерциальной системы отсчета со скоростью $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$, соответственно.

Уравнение (19) можно записать в виде:

$$(\beta_2^2 - 1) / (\beta_2^2 \cdot V_2^2) = (\beta_3^2 - 1) / (\beta_3^2 \cdot V_3^2) \qquad (20)$$

Так как величины коэффициентов перехода $\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$ не зависят друг от друга, а зависят только от величин скоростей $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$, соответственно, и величины скоростей $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$ задавались произвольно (также не зависят друг от друга), то можно сказать, что:

$$(\beta_2^2 - 1) / (\beta_2^2 \cdot V_2^2) = (\beta_3^2 - 1) / (\beta_3^2 \cdot V_3^2) = К = \mathbf{Const} \qquad (21)$$

т.е. получается в общем виде, что:

$$(\beta^2 - 1) / (\beta^2 \cdot V^2) = К = \mathbf{Const} \qquad (22)$$

где: **К** - постоянная величина, независящая от величины скорости $\mathbf{V}$ ($\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$) и величины коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ ($\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$) и имеющая размерность, обратную квадрату скорости.

Как видно из формулы (22), в зависимости от величины константы **К** коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta}$ может иметь следующие значения:

- при **К = 0** коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta}$ будет равен 1,

- если константа **К** имеет действительное положительное значение, то коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta}$ будет больше или равен 1, т.е. $\boldsymbol{\beta \geq 1}$,

- если константа **К** имеет действительное отрицательное значение, то коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta}$ будет меньше или равен 1, т.е. $\boldsymbol{0 < \beta \leq 1}$.

Из уравнения (22) можно получить формулу для коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$:

$$\beta^2 = 1 / [1 - (К \cdot V^2)] \qquad (23)$$

Если вернуться к формуле (16) и сравнить ее с формулой (23), то можно отметить, что:

$$К = 1 / V_{хкр}^2 \qquad (24)$$

т.е. $\mathbf{V_{хкр}^2}$ будет являться постоянной величиной, не зависящей от значений скорости $\mathbf{V}$ и коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$.

Опираясь на формулы (23) и (24), можно сказать, что в случае, когда коэффициент перехода **β** не равен **1**, должна существовать такая величина скорости $\mathbf{V_{хкр}}$ (действительная или мнимая) движения точки, которая была бы инвариантна во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчета.

Исходя из формулы (24), в формулах для коэффициента перехода **β**:

- при **β ≥ 1**:

$$\beta_{>}^{2} = 1 / [1 - (V^2 / v_{хкр1}^{2})] \qquad (25)$$

- при **0<β≤ 1**:

$$\beta_{<}^{2} = 1 / [1 + (V^2 / v_{хкр2}^{2})] \qquad (26)$$

величины $\mathbf{v_{хкр1}}$ и $\mathbf{v_{хкр2}}$ будут постоянными величинами, не зависящими от величины скорости **V** и коэффициента перехода **β**.

Подставив формулу (25) в уравнения (1)÷(2) и (7)÷(10), получим следующую систему кинематических уравнений при коэффициенте перехода **β= β**$_{>}$:

$$x_{1>} = [x_{2>} + (V \cdot t_{2>})] / [1 - (V^2 / v_{хкр1}^{2})]^{1/2} \qquad (27)$$

$$x_{2>} = [x_{1>} - (V \cdot t_{1>})] / [1 - (V^2 / v_{хкр1}^{2})]^{1/2} \qquad (28)$$

$$v_{x1>} = (v_{x2>} + V) / \{1 + [(V \cdot v_{x2>}) / v_{хкр1}^{2})]\} \qquad (29)$$

$$v_{x2>} = (v_{x1>} - V) / \{1 - [(V \cdot v_{x1>}) / v_{хкр1}^{2})]\} \qquad (30)$$

$$v_{y1>} = \{v_{y2>} \cdot [1 - (V^2 / v_{хкр1}^{2})]^{1/2}\} / \{1 + [(V \cdot v_{x2>}) / v_{хкр1}^{2})]\} \qquad (31)$$

$$v_{y2>} = \{v_{y1>} \cdot [1 - (V^2 / v_{хкр1}^{2})]^{1/2}\} / \{1 - [(V \cdot v_{x1>}) / v_{хкр1}^{2})]\} \qquad (32)$$

Подставив формулу (26) в уравнения (1)÷(2) и (7)÷(10), получим систему кинематических уравнений для случая, когда коэффициент перехода **β = β**$_{<}$:

$$x_{1<} = [x_{2<} + (V \cdot t_{2<})] / [1 + (V^2 / v_{хкр2}^{2})]^{1/2} \qquad (33)$$

$$x_{2<} = [x_{1<} - (V \cdot t_{1<})] / [1 + (V^2 / v_{хкр2}^{2})]^{1/2} \qquad (34)$$

$$v_{x1<} = (v_{x2<} + V) / \{1 - [(V \cdot v_{x2<}) / v_{хкр2}^{2})]\} \qquad (35)$$

$$v_{x2<} = (v_{x1<} - V) / \{1 + [(V \cdot v_{x1<}) / v_{хкр2}^{2})]\} \qquad (36)$$

$$v_{y1<} = \{v_{y2<} \cdot [1 + (V^2 / v_{хкр2}^{2})]^{1/2}\} / \{1 - [(V \cdot v_{x2<}) / v_{хкр2}^{2})]\} \qquad (37)$$

$$v_{y2<} = \{v_{y1<} \cdot [1 + (V^2 / v_{хкр2}^{2})]^{1/2}\} / \{1 + [(V \cdot v_{x1<}) / v_{хкр2}^{2})]\} \qquad (38)$$

Используя законы сохранения импульса и энергии для замкнутой механической системы, взаимодействие которых не является непрерывным, можно получить зависимости для массы **$M(V)_>$**, импульса **$P(V)_>$** и кинетической энергии **$E_к(V)_>$** тела, движущегося со скоростью **V**, для случая, когда значение коэффициента перехода **β** находится в диапазоне **β>1**:

$$M(V)_> = M_o / [1 - (V^2 / v_{хкр1}{}^2)]^{1/2} \quad (39)$$

$$P(V)_> = (M_o \cdot V) / [1 - (V^2 / v_{хкр1}{}^2)]^{1/2} \quad (40)$$

$$E_к(V)_> = M_o \cdot v_{хкр1}{}^2 \cdot \{\{1 / [1 - (V^2 / v_{хкр1}{}^2)]^{1/2}\} - 1\} \quad (41)$$

Аналогично могут быть получены зависимости для массы **$M(V)_<$**, импульса **$P(V)_<$** и кинетической энергии **$E_к(V)_<$** тела, движущегося со скоростью **V**, для случая, когда значение коэффициента перехода **β** находится в диапазоне **0 < β < 1** :

$$M(V)_< = M_o / [1 + (V^2 / v_{хкр2}{}^2)]^{1/2} \quad (42)$$

$$P(V)_< = (M_o \cdot V) / [1 + (V^2 / v_{хкр2}{}^2)]^{1/2} \quad (43)$$

$$E_к(V)_< = M_o \cdot v_{хкр2}{}^2 \cdot \{1 - \{1 / [1 + (V^2 / v_{хкр2}{}^2)]^{1/2}\}\} \quad (44)$$

Более подробно материал изложен в статье «Комментарии по вопросу применимости специальной теории относительности для инерциальных систем отсчета при условии симметрии пространства и времени», размещенной на сайте "Математическая физика. Теория относительности" http://www.matphysics.ru/ .