Рубрика: математическая физика.

Тематика: специальная теория относительности.

Кочетков Виктор Николаевич

главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. КРАТКИЕ ЗАМЕТКИ

Автор выражает искреннюю благодарность Peter G. Bass за помощью в написании статьи

В данной статье делается попытка установить, являются ли в специальной теории относительности преобразования Лоренца единственно возможной связью между координатами и временем в инерциальных системах отсчета, а также соответствуют ли выводы специальной теории относительности требованиям, накладываемым условием симметрии пространства и времени.

1. Введение

Несмотря на то, теории относительности более 100 лет, она является общепризнанной и изучается со школьной парты, мне кажется было бы небезынтересно рассмотреть специальную теорию относительности для условий, менее жестких, чем были приняты при ее создании.

1.1. Краткая история создания специальной теории относительности

На рубеже XIX-XX веков стараниями крупнейших физиков мира была создана специальная теория относительности.

В конце XIX столетия между двумя важнейшими разделами физики - механикой и электродинамикой - возникли серьезные противоречия.

В механике утвердился принцип относительности Галилея - полное равноправие систем отсчета, движущихся относительно друг друга прямолинейно и равномерно.

В электродинамике основополагающее место заняла идея эфира - среды, заполняющей мировое пространство, и в которой происходят все физические процессы, в т.ч. электромагнитные колебания. При этом движение частиц и поля следовало описывать в координатах, жестко связанных с эфиром - абсолютной системой отсчета.

В 1881, 1886÷1887 годах А. Майкельсону и Э. Моли в ходе экспериментов не удалось зарегистрировать "эфирный ветер". В результате эфирная теория света, казалось бы надежно подтвержденная опытами, не согласовывалась с классической механикой.

В 1889 году ирландский физик Д. Фицджеральд предложил принять, что при движении тела со скоростью **v** относительно эфира его продольный размер $\boldsymbol{l'}$ испытывает сокращение по закону:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} \qquad (1)$$

где: **c** - скорость света,

$\boldsymbol{l}$ – длина неподвижного в отношении эфира тела.

В 1892 году нидерландский физик Х. Лоренц дополнил гипотезу Д. Фицджеральда идеей "местного" времени $\boldsymbol{t'}$, связанного с "истинным" универсальным временем $\boldsymbol{t}$ преобразованием:

$$t' = t - \left(\frac{\mathrm{x} \cdot \mathrm{v}}{c^2}\right) \qquad (2)$$

где: **v** - скорость движения тела при прохождении точки пространства с координатой **x.**

Также Х. Лоренц видоизменил преобразования Галилея на случай больших скоростей:

$$x_1 = \beta \cdot [x_2 + (V \cdot t_2)] \qquad (3)$$

$$y_1 = y_2 \qquad (4)$$

$$z_1 = z_2 \qquad (5)$$

$$t_1 = \beta \cdot \left[t_2 + \left(\frac{x_2 \cdot V}{c^2}\right)\right] \qquad (6)$$

путем введения "релятивистского" множителя **β** :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (7)$$

Формулы (3)÷(6) перехода между инерциальными системами отсчета получили наименование "преобразования Лоренца".

Еще в 1881 году английский физик Д. Томсон предположил, что масса **M** тела, движущегося со скоростью **v**, будет больше, чем масса $\mathbf{M_o}$ в состоянии покоя, причем величина **M** равна:

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (8)$$

1.2. Специальная теория относительности

В 1905 году А. Эйнштейн взял за основу фундаментальные принципы, в сжатом виде передающие суть двух классических физических теорий: из механики - принцип равноправия всех инерциальных систем отсчета (принцип относительности), из электродинамики - принцип постоянства скорости света.

Принцип относительности: **в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково**, т.е. физические законы независимы (инвариантны) по отношению к выбору инерциальной системы отсчета - уравнения, выражающие эти законы, имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета.

Принцип инвариантности скорости света: **скорость света в вакууме не зависит от движения источника света**, т.е. скорость света одинакова во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчета.

Используя принцип относительности и принцип постоянства скорости света, А. Эйнштейн вывел преобразования Лоренца, однако придал им иной физический смысл:

$$\mathrm{x}_1 = \frac{\mathrm{x}_2 + (\mathrm{V} \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \tag{9}$$

$$\mathrm{x}_2 = \frac{\mathrm{x}_1 - (\mathrm{V} \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \tag{10}$$

$$\mathrm{y}_1 = \mathrm{y}_2 \tag{11}$$

$$\mathrm{z}_1 = \mathrm{z}_2 \tag{12}$$

где: $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{z_1}$ – координаты точки **А** в момент времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$;

$\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{z_2}$ – координаты точки **А** в момент времени $\boldsymbol{t_2}$ в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, соответствующий моменту времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ (как показано на рис. 1).

$$t_1 = \frac{t_2 + \left(\frac{\mathrm{x}_2 \cdot \mathrm{V}}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \tag{13}$$

$$t_2 = \frac{t_1 - \left(\frac{\mathrm{x}_1 \cdot \mathrm{V}}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}} \tag{14}$$

Исходя из формул (9)÷(14), связь между проекциями $\mathbf{v_{x1}}$, $\mathbf{v_{y1}}$ и $\mathbf{v_{z1}}$ на оси декартовых координат скорости движения точки в момент времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и аналогичными проекциями $\mathbf{v_{x2}}$, $\mathbf{v_{y2}}$ и $\mathbf{v_{z2}}$ скорости этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в момент времени $\boldsymbol{t_2}$, соответствующий моменту времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, определена в виде (уравнения А. Эйнштейн релятивистского сложения скоростей):

$$\mathrm{v_{x1}} = \frac{\mathrm{v_{x2}} + \mathrm{V}}{1 + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x2}}}{c^2}} \qquad (15)$$

$$\mathrm{v_{x2}} = \frac{\mathrm{v_{x1}} - \mathrm{V}}{1 - \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x1}}}{c^2}} \qquad (16)$$

$$\mathrm{v_{y1}} = \frac{\mathrm{v_{y2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}{1 + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x2}}}{c^2}} \qquad (17)$$

$$\mathrm{v_{y2}} = \frac{\mathrm{v_{y1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}{1 - \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x1}}}{c^2}} \qquad (18)$$

$$\mathrm{v_{z1}} = \frac{\mathrm{v_{z2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}{1 + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x2}}}{c^2}} \qquad (19)$$

$$\mathrm{v_{z2}} = \frac{\mathrm{v_{z1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{c^2}}}{1 - \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v_{x1}}}{c^2}} \qquad (20)$$

В специальной теории относительности зависимости массы **M(v)** , импульса **P(v)** и кинетической энергии $\mathbf{E_к(v)}$ материальной точки, движущейся со скоростью **v**, выражаются формулами:

$$\mathrm{M} = \frac{\mathrm{M}_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \qquad (21)$$

$$\mathrm{P(V)} = \frac{\mathrm{M}_0 \cdot \mathrm{v}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \qquad (22)$$

$$\mathrm{E_k(V)} = \mathrm{M}_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} - 1 \right) \qquad (23)$$

где: $\mathbf{M_o}$ - масса этой материальной точки в состоянии покоя.

2. Уравнения связи между координатами и временем в инерциальных системах отсчета

2.1. Уравнения связи между координатами и временем в инерциальных системах отсчета в общем виде

Задача: записать уравнения связи между координатами и временем в инерциальных системах отсчета, стараясь без необходимости не применять принцип постоянства скорости света.

Предположим, что пространство однородно и изотропно, а время однородно (т.е. имеется симметрия пространства и времени).

При рассмотрении будем использовать только принцип относительности: **в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково.**

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета: неподвижная $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижная $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, изображенные на рис. 1 и у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ движется относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ с постоянной скоростью $\mathbf{V_2}$ относительно оси $\mathbf{Ox_1}$;

- система $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ движется относительно системы $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ с постоянной скоростью $\mathbf{V_1}$ относительно оси $\mathbf{Ox_2}$;

- в качестве начала отсчета времени ($\boldsymbol{t_1}$=0 и $\boldsymbol{t_2}$=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат $\mathbf{O_1}$ и $\mathbf{O_2}$ этих систем совпадают.

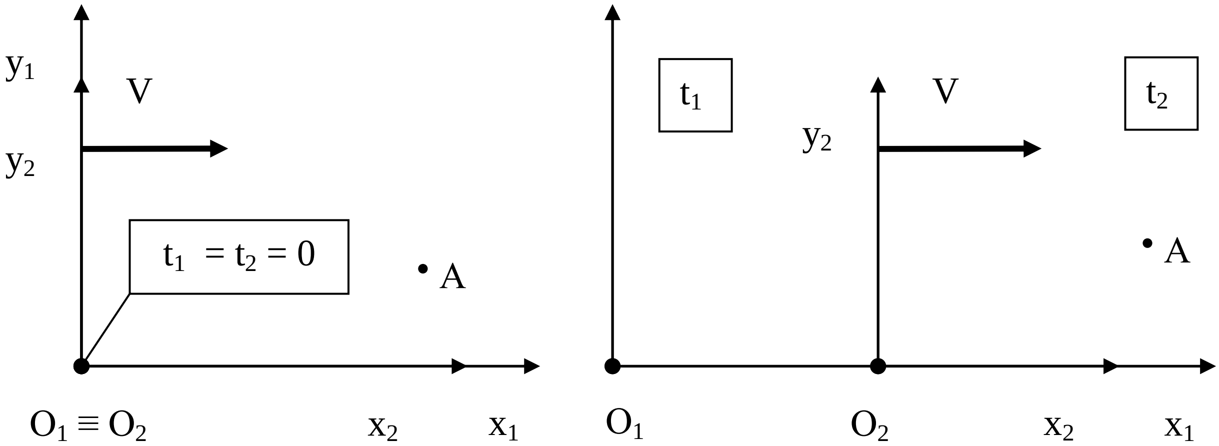

Рис. 1

Исходя из симметрии пространства и времени, соотношения между координатами и временем одного и того же события в двух инерциальных системах отсчета неподвижной $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижной $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ могут быть записаны следующим образом:

$$x_1 = \beta_1 \cdot [x_2 + (V_1 \cdot t_2)] \qquad (24)$$

$$x_2 = \beta_2 \cdot [x_1 + (V_2 \cdot t_1)] \qquad (25)$$

$$y_1 = \beta_3 \cdot y_2 \qquad (26)$$

$$y_2 = \beta_4 \cdot y_1 \qquad (27)$$

$$z_1 = \beta_5 \cdot z_2 \qquad (28)$$

$$z_2 = \beta_6 \cdot z_1 \qquad (29)$$

где: $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{z_1}$ и $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{z_2}$ – координаты точки **A** в системах отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$,соответственно;

$\boldsymbol{t_1}$ и $\boldsymbol{t_2}$ - значения времени в системах отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, соответственно;

$\boldsymbol{\beta_1}$, $\boldsymbol{\beta_2}$, $\boldsymbol{\beta_3}$, $\boldsymbol{\beta_4}$, $\boldsymbol{\beta_5}$ и $\boldsymbol{\beta_6}$ - коэффициенты перехода;

$\mathbf{V_1}$ - скорость движения системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ относительно системы $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$.

Использование принципа относительности и симметрии пространства и времени позволяет получить:

$$V_1 = -V_2 = V \qquad (30)$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta \qquad (31)$$

$$\beta_3 = \beta_4 = 1 \qquad (32)$$

$$\beta_5 = \beta_6 = 1 \qquad (33)$$

При этом система уравнений (24)÷(29) упростится и примет вид:

$$x_1 = \beta \cdot [x_2 + (V \cdot t_2)] \qquad (34)$$

$$x_2 = \beta \cdot [x_1 - (V \cdot t_1)] \qquad (35)$$

$$y_1 = y_2 \qquad (36)$$

$$z_1 = z_2 \qquad (37)$$

Величина коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ не зависит от значений координат $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{y_1}$, $\mathbf{z_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{z_2}$ и времени t_1 и t_2, а предположительно может являться функцией скорости $\mathbf{V}$ перемещения систем отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ относительно друг друга.

Причем, учитывая принятую одно направленность осей $\mathbf{O_1x_1}$ и $\mathbf{O_2x_2}$, можно отметить, что значение коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ всегда должно быть больше нуля.

Из формул (34) и (35) можно записать зависимость для значений времен t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{(\beta^2 - 1) \cdot x_2}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_2) \qquad (38)$$

$$t_2 = \frac{(1 - \beta^2) \cdot x_1}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_1) \qquad (39)$$

Используя формулы (24)÷(39), можно получить однозначную связь между проекциями $\mathbf{v_{x1}}$, $\mathbf{v_{y1}}$ и $\mathbf{v_{z1}}$ на оси декартовых координат скорости движения точки в момент времени t_1 в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и аналогичными проекциями $\mathbf{v_{x2}}$, $\mathbf{v_{y2}}$ и $\mathbf{v_{z2}}$ скорости этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в момент времени $\boldsymbol{t_2}$, соответствующий моменту времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

$$\mathrm{v_{x1}} = \frac{\mathrm{v_{x2}} + \mathrm{V}}{\dfrac{(\beta^2 - 1) \cdot \mathrm{v_{x2}}}{\beta^2 \cdot \mathrm{V}} + 1} \tag{40}$$

$$\mathrm{v_{x2}} = \frac{\mathrm{v_{x1}} - \mathrm{V}}{\dfrac{(1 - \beta^2) \cdot \mathrm{v_{x1}}}{\beta^2 \cdot \mathrm{V}} + 1} \tag{41}$$

$$\mathrm{v_{y1}} = \frac{\mathrm{v_{y2}}}{\dfrac{(\beta^2 - 1) \cdot \mathrm{v_{x2}}}{\beta \cdot \mathrm{V}} + \beta} \tag{42}$$

$$\mathrm{v_{y2}} = \frac{\mathrm{v_{y1}}}{\dfrac{(1 - \beta^2) \cdot \mathrm{v_{x1}}}{\beta \cdot \mathrm{V}} + \beta} \tag{43}$$

$$\mathrm{v_{z1}} = \frac{\mathrm{v_{z2}}}{\dfrac{(\beta^2 - 1) \cdot \mathrm{v_{x2}}}{\beta \cdot \mathrm{V}} + \beta} \tag{44}$$

$$\mathrm{v_{z2}} = \frac{\mathrm{v_{z1}}}{\dfrac{(1 - \beta^2) \cdot \mathrm{v_{x1}}}{\beta \cdot \mathrm{V}} + \beta} \tag{45}$$

Из формул (38)÷(45) может быть получена однозначная связь между проекциями $\boldsymbol{a_{x1}}$, $\boldsymbol{a_{y1}}$ и $\boldsymbol{a_{z1}}$ на оси декартовых координат ускорения точки в момент времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и аналогичными проекциями $\boldsymbol{a_{x2}}$, $\boldsymbol{a_{y2}}$ и $\boldsymbol{a_{z2}}$ ускорения этой же точки в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в момент времени $\boldsymbol{t_2}$, соответствующий моменту времени $\boldsymbol{t_1}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

$$a_{\mathrm{x1}} = \frac{a_{\mathrm{x2}}}{\beta^3 \cdot \left[\dfrac{(\beta^2 - 1) \cdot \mathrm{v_{x2}}}{\beta^2 \cdot \mathrm{V}} + 1\right]^3} \tag{46}$$

$$a_{\mathrm{x2}} = \frac{a_{\mathrm{x1}}}{\beta^3 \cdot \left[\dfrac{(1 - \beta^2) \cdot \mathrm{v_{x1}}}{\beta^2 \cdot \mathrm{V}} + 1\right]^3} \tag{47}$$

$$a_{y1} = \frac{\left\{a_{y2} \cdot \left[\frac{(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\beta \cdot V} + \beta\right]\right\} - \frac{(\beta^2 - 1) \cdot a_{x2} \cdot v_{y2}}{\beta \cdot V}}{\left[\frac{(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\beta \cdot V} + \beta\right]^3} \qquad (48)$$

$$a_{y2} = \frac{\left\{a_{y1} \cdot \left[\frac{(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}}{\beta \cdot V} + \beta\right]\right\} - \frac{(1 - \beta^2) \cdot a_{x1} \cdot v_{y1}}{\beta \cdot V}}{\left[\frac{(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}}{\beta \cdot V} + \beta\right]^3} \qquad (49)$$

$$a_{z1} = \frac{\left\{a_{z2} \cdot \left[\frac{(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\beta \cdot V} + \beta\right]\right\} - \frac{(\beta^2 - 1) \cdot a_{x2} \cdot v_{z2}}{\beta \cdot V}}{\left[\frac{(\beta^2 - 1) \cdot v_{x2}}{\beta \cdot V} + \beta\right]^3} \qquad (50)$$

$$a_{z2} = \frac{\left\{a_{z1} \cdot \left[\frac{(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}}{\beta \cdot V} + \beta\right]\right\} - \frac{(1 - \beta^2) \cdot a_{x1} \cdot v_{z1}}{\beta \cdot V}}{\left[\frac{(1 - \beta^2) \cdot v_{x1}}{\beta \cdot V} + \beta\right]^3} \qquad (51)$$

2.2. Уравнение связи для коэффициентов перехода

Задача: определить связь между коэффициентами перехода для инерциальных систем отсчета.

Рассмотрим три инерциальные системы отсчета: неподвижную $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижные $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и $\mathbf{O_3x_3y_3z_3}$, показанные на рис. 2 и у которых:

- сходные оси декартовых координат систем $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и $\mathbf{O_3x_3y_3z_3}$ попарно параллельны и одинаково направлены;

- система $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ движется относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ с постоянной скоростью $\mathbf{V_2}$ относительно оси $\mathbf{Ox_1}$;

- система $\mathbf{O_3x_3y_3z_3}$ движется относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ с постоянной скоростью $\mathbf{V_3}$ относительно оси $\mathbf{Ox_1}$;

- в качестве начала отсчета времени ($\mathbf{t_1}$=0 , $\mathbf{t_2}$=0 и $\mathbf{t_3}$=0) в этих трех системах выбран тот момент, когда их начала координат $\mathbf{O_1}$, $\mathbf{O_2}$ и $\mathbf{O_3}$ совпадают.

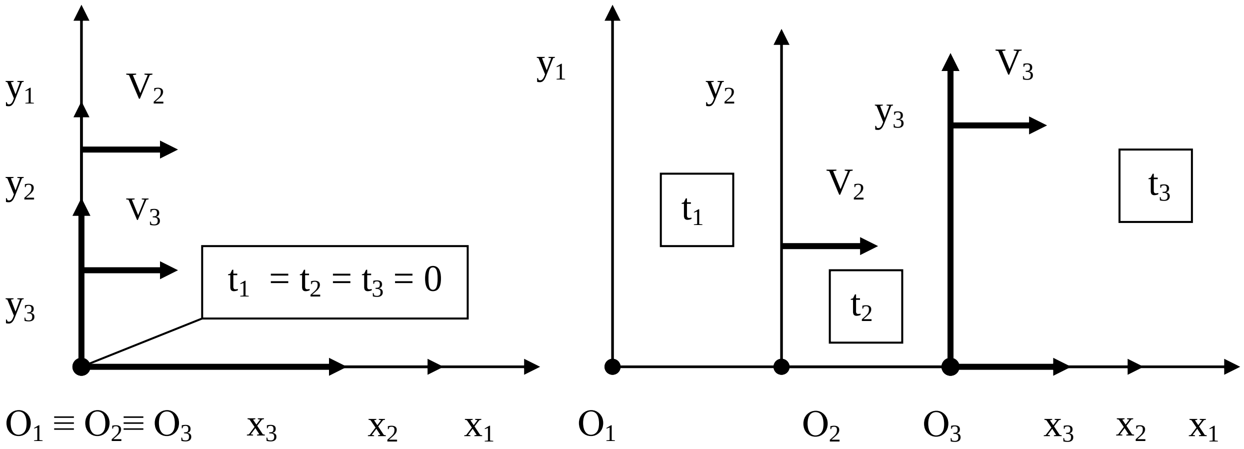

Рис. 2

Опираясь на формулу (41), можно определить значение скорости $\mathbf{V_{23}}$ движения точки $\mathbf{O_3}$ относительно точки $\mathbf{O_2}$:

$$V_{23} = \frac{V_3 - V_2}{\dfrac{(1 - \beta_2^2) \cdot V_3}{\beta_2^2 \cdot V_2} + 1} \qquad (52)$$

и значение скорости $\mathbf{V_{32}}$ движения точки $\mathbf{O_2}$ относительно точки $\mathbf{O_3}$:

$$V_{32} = \frac{V_2 - V_3}{\dfrac{(1 - \beta_3^2) \cdot V_2}{\beta_3^2 \cdot V_3} + 1} \qquad (53)$$

где: $\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$ - коэффициенты перехода для инерциальных систем отсчета, движущихся относительно неподвижной системы отсчета со скоростью $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$, соответственно.

Используя принцип относительности, согласно которому точка $\mathbf{O_3}$ будет удаляться относительно точки $\mathbf{O_2}$ со скоростью, равной по абсолютной величине и противоположно направленной скорости, с которой точка $\mathbf{O_2}$ удаляется относительно точки $\mathbf{O_3}$, т.е.:

$$V_{32} = - V_{23} \qquad (54)$$

Подставив уравнение (54) в формулы (52) и (53), получим:

$$\frac{(1 - \beta_2^2) \cdot V_3}{\beta_2^2 \cdot V_2} + 1 = \frac{(1 - \beta_3^2) \cdot V_2}{\beta_3^2 \cdot V_3} + 1 \qquad (55)$$

Отсюда уравнение для коэффициентов перехода $\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$ запишется следующим образом:

$$\beta_3^2 = \frac{\beta_2^2 \cdot V_2^2}{V_3^2 - (\beta_2^2 \cdot V_3^2) + (\beta_2^2 \cdot V_2^2)} \quad (56)$$

2.3. Получение зависимости для коэффициента перехода β

Задача: получить зависимость коэффициента перехода **β** от скорости **V**.

Из уравнения (55) можно получить формулу:

$$\frac{\beta_2^2 - 1}{\beta_2^2 \cdot V_2^2} = \frac{\beta_3^2 - 1}{\beta_3^2 \cdot V_3^2} \quad (57)$$

Так как величины коэффициентов перехода $\boldsymbol{\beta_2}$ и $\boldsymbol{\beta_3}$ не зависят друг от друга, а зависят только от величин скоростей $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$, соответственно, и величины скоростей $\mathbf{V_2}$ и $\mathbf{V_3}$ задавались произвольно (также не зависят друг от друга), то можно сказать, что:

$$\frac{\beta_2^2 - 1}{\beta_2^2 \cdot V_2^2} = \frac{\beta_3^2 - 1}{\beta_3^2 \cdot V_3^2} = \mathrm{K} = Const \quad (58)$$

т.е. получается в общем виде, что:

$$\frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 \cdot V^2} = \mathrm{K} = Const \quad (59)$$

где: **К** - постоянная величина, независящая от величины скорости **V** и величины коэффициента перехода **β**.

Возведя в квадрат обе части уравнения получим:

$$\left(\frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 \cdot V^2}\right)^2 = \mathrm{K}^2 \quad (60)$$

что при любых значениях коэффициента перехода **β** постоянная величина, равная $\mathbf{K^2}$, может иметь только положительное значение.

Как видно из формулы (59), в зависимости от величины коэффициента перехода **β** константа **К** может иметь следующие значения:

- при $\boldsymbol{\beta = 1}$ константа **К** будет равна 0;

- если коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta > 1}$, то константа **К** будет иметь положительное значение, т.е. $\mathbf{K} > 0$;

- коэффициент перехода $\mathbf{0 < \boldsymbol{\beta} < 1}$, то константа **К** будет иметь отрицательное значение, т.е. $\mathbf{K < 0}$.

Из уравнения (59) можно получить формулу для коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$:

$$\beta^2 = \frac{1}{1 - (K \cdot V^2)} \tag{61}$$

Для большей наглядности при рассмотрении примем, что:

- при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta > 1}$ константа **К** равна:

$$K = \frac{1}{C_1^2} \tag{62}$$

- при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$ константа **К** равна:

$$K = -\frac{1}{C_2^2} \tag{63}$$

где: $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$ - действительные постоянные величины.

2.4. Определение особой скорости

Задача: определить возможно ли существование равенства проекций $\mathbf{v_{x1}}$ и $\mathbf{v_{x2}}$ скоростей движения одной и той же точки; если это равенство возможно, то при каких значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$.

Допустим, что существует такое значение $\mathbf{V_{хкр}}$ проекции $\mathbf{v_{x1}}$ скорости движения точки **А** в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, которому бы соответствовало значение проекции $\mathbf{v_{x2}}$ скорости движения точки **А** в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, равное $\mathbf{V_{хкр}}$, т.е. когда:

$$v_{x1} = v_{x2} = V_{хкр} \tag{64}$$

Подставив значение (64) в формулу (40) или (41), получим:

$$V_{хкр}^2 = \frac{\beta^2 \cdot V^2}{\beta^2 - 1} \tag{65}$$

Из формулы (65) следует зависимость особой скорости $\mathbf{V_{хкр}}$ от величины скорости **V** и коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$:

$$V_{хкр} = \pm \frac{\beta \cdot V}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \tag{66}$$

Как видно из формулы (66):

- при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазоне $\boldsymbol{\beta > 1}$ равенство проекций $\mathbf{v_{x1}}$ и $\mathbf{v_{x2}}$ скоростей возможно, т.к. при $\boldsymbol{\beta > 1}$ особая скорость $\mathbf{V_{хкр}}$ будет иметь действительное значение;

- при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазоне $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$ равенство проекций $\mathbf{v_{x1}}$ и $\mathbf{v_{x2}}$ скоростей не возможно, т.е. значение $\mathbf{v_{x1}}$ никогда не может быть равно значению $\mathbf{v_{x2}}$, т.к. при $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$ особая скорость $\mathbf{V_{хкр}}$ будет иметь мнимое значение.

Из формулы (65) можно получить зависимость коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ от величины скорости $\mathbf{V}$:

$$\beta^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{V_{хкр}^2}} \tag{67}$$

Если вернуться к формуле (61):

$$\beta^2 = \frac{1}{1 - (K \cdot V^2)} \tag{61}$$

и сравнить ее с формулой (67), то можно отметить, что:

$$K = \frac{1}{V_{хкр}^2} \tag{68}$$

т.е., т.к. константа $\mathbf{K}$ – является постоянной величиной, то и $\mathbf{V_{хкр}}^2$ будет являться постоянной величиной, не зависящей от значений скорости $\mathbf{V}$ и коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$.

2.5. Основные кинематические уравнения для случая, когда $\boldsymbol{\beta} > 1$

Используя формулу (61) с учетом уравнения (62) для коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, имеющего значения $\boldsymbol{\beta} > 1$ и который обозначим как $\boldsymbol{\beta_>}$, можно записать:

$$\beta_>^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{C_1^2}} \tag{69}$$

Подставив формулу (69) в уравнения (34), (35), (38)÷(39), (40)÷(45) и (46)÷(51), получим следующую систему уравнений при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_{>}$:

$$\mathrm{x}_{1>} = \frac{\mathrm{x}_{2>} + (\mathrm{V} \cdot t_{2>})}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (70)$$

$$\mathrm{x}_{2>} = \frac{\mathrm{x}_{1>} - (\mathrm{V} \cdot t_{1>})}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (71)$$

$$t_{1>} = \frac{t_{2>} + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{x}_{2>}}{\mathrm{C}_1^2}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (72)$$

$$t_{2>} = \frac{t_{1>} - \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{x}_{1>}}{\mathrm{C}_1^2}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (73)$$

$$\mathrm{v}_{x1>} = \frac{\mathrm{v}_{x2>} + \mathrm{V}}{1 + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v}_{x2>}}{\mathrm{C}_1^2}} \qquad (74)$$

$$\mathrm{v}_{x2>} = \frac{\mathrm{v}_{x1>} - \mathrm{V}}{1 - \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v}_{x1>}}{\mathrm{C}_1^2}} \qquad (75)$$

$$\mathrm{v}_{y1>} = \frac{\mathrm{v}_{y2>} \cdot \sqrt{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}}}{1 + \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{v}_{x2>}}{\mathrm{C}_1^2}} \qquad (76)$$

$$v_{y2>} = \frac{v_{y1>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}} \qquad (77)$$

$$v_{z1>} = \frac{v_{z2>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}}{1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}} \qquad (78)$$

$$v_{z2>} = \frac{v_{z1>} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}} \qquad (79)$$

$$a_{x1>} = \frac{a_{x2>} \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}\right)^3}{\left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}\right)^3} \qquad (80)$$

$$a_{x2>} = \frac{a_{x1>} \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}\right)^3}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}\right)^3} \qquad (81)$$

$$a_{y1>} = \frac{\left\{\left[a_{y2>} \cdot \left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}\right)\right] - \frac{V \cdot a_{x2>} \cdot v_{y2>}}{C_1^2}\right\} \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C_1^2}\right)}{\left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}\right)^3} \qquad (82)$$

$$a_{y2>} = \frac{\left\{\left[a_{y1>} \cdot \left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}\right)\right] + \frac{V \cdot a_{x1>} \cdot v_{y1>}}{C_1^2}\right\} \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C_1^2}\right)}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}\right)^3} \quad (83)$$

$$a_{z1>} = \frac{\left\{\left[a_{z2>} \cdot \left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}\right)\right] - \frac{V \cdot a_{x2>} \cdot v_{z2>}}{C_1^2}\right\} \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C_1^2}\right)}{\left(1 + \frac{V \cdot v_{x2>}}{C_1^2}\right)^3} \quad (84)$$

$$a_{z2>} = \frac{\left\{\left[a_{z1>} \cdot \left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}\right)\right] + \frac{V \cdot a_{x1>} \cdot v_{z1>}}{C_1^2}\right\} \cdot \left(1 - \frac{V^2}{C_1^2}\right)}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x1>}}{C_1^2}\right)^3} \quad (85)$$

2.6. Основные кинематические уравнения для случая, когда $\mathbf{0 < \beta < 1}$

Используя формулу (61) с учетом уравнения (63) для коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, имеющего значения $\mathbf{0 < \beta} < 1$ и который обозначим как $\boldsymbol{\beta_<}$, можно записать:

$$\beta_<^2 = \frac{1}{1 + \frac{V^2}{C_2^2}} \quad (86)$$

Подставив формулу (86) в уравнения (34), (35), (38)÷(39), (40)÷(45) и (46)÷(51), получим следующую систему уравнений при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta = \beta_<}$:

$$x_{1<} = \frac{x_{2<} + (V \cdot t_{2<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \quad (87)$$

$$x_{2<} = \frac{x_{1<} - (V \cdot t_{1<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \quad (88)$$

$$t_{1<} \ = \ \frac{t_{2<} \ - \ \frac{V \ \cdot \ x_{2<}}{C_2^2}}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \qquad (89)$$

$$t_{2<} \ = \ \frac{t_{1<} \ + \ \frac{V \ \cdot \ x_{1<}}{C_2^2}}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \qquad (90)$$

$$v_{x1<} \ = \ \frac{v_{x2<} \ + \ V}{1 - \frac{V \ \cdot \ v_{x2<}}{C_2^2}} \qquad (91)$$

$$v_{x2<} \ = \ \frac{v_{x1<} \ - \ V}{1 + \frac{V \ \cdot \ v_{x1<}}{C_2^2}} \qquad (92)$$

$$v_{y1<} \ = \ \frac{v_{y2<} \ \cdot \ \sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}}{1 - \frac{V \ \cdot \ v_{x2<}}{C_2^2}} \qquad (93)$$

$$v_{y2<} \ = \ \frac{v_{y1<} \ \cdot \ \sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}}{1 + \frac{V \ \cdot \ v_{x1<}}{C_2^2}} \qquad (94)$$

$$v_{z1<} \ = \ \frac{v_{z2<} \ \cdot \ \sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}}{1 - \frac{V \ \cdot \ v_{x2<}}{C_2^2}} \qquad (95)$$

$$\mathrm{v}_{z2<} = \frac{\mathrm{v}_{z1<} \cdot \sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}}{1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1\leq}}{C_2^2}} \qquad (96)$$

$$a_{x1<} = \frac{a_{x2<} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}\right)^3}{\left(1 - \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x2\leq}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (97)$$

$$a_{x2<} = \frac{a_{x1<} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}\right)^3}{\left(1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1\leq}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (98)$$

$$a_{y1<} = \frac{\left\{\left[a_{y2<} \cdot \left(1 - \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x2\leq}}{C_2^2}\right)\right] + \frac{V \cdot a_{x2<} \cdot \mathrm{v}_{y2<}}{C_2^2}\right\} \cdot \left(1 + \frac{V^2}{C_2^2}\right)}{\left(1 - \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x2\leq}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (99)$$

$$a_{y2<} = \frac{\left\{\left[a_{y1<} \cdot \left(1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1\leq}}{C_2^2}\right)\right] - \frac{V \cdot a_{x1<} \cdot \mathrm{v}_{y1<}}{C_2^2}\right\} \cdot \left(1 + \frac{V^2}{C_2^2}\right)}{\left(1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1\leq}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (100)$$

$$a_{z1<} = \frac{\left\{\left[a_{z2<} \cdot \left(1 - \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x2\leq}}{C_2^2}\right)\right] + \frac{V \cdot a_{x2\leq} \cdot \mathrm{v}_{z2<}}{C_2^2}\right\} \cdot \left(1 + \frac{V^2}{C_2^2}\right)}{\left(1 - \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x2\leq}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (101)$$

$$a_{z2<} = \frac{\left\{\left[a_{z1<} \cdot \left(1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1\leq}}{C_2^2}\right)\right] - \frac{V \cdot a_{x1\leq} \cdot \mathrm{v}_{z1<}}{C_2^2}\right\} \cdot \left(1 + \frac{V^2}{C_2^2}\right)}{\left(1 + \frac{V \cdot \mathrm{v}_{x1<}}{C_2^2}\right)^3} \qquad (102)$$

2.7. Сравнительное графическое изображение основных кинематических уравнения для случаев, когда $\boldsymbol{\beta} > 1$ и $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < 1$

Графики зависимости длины отрезка $\Delta \mathbf{x_1}$ в неподвижной системе отчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, которому в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ соответствует отрезок $\Delta \mathbf{x_2}$, концы которого неподвижны, от скорости **V**:

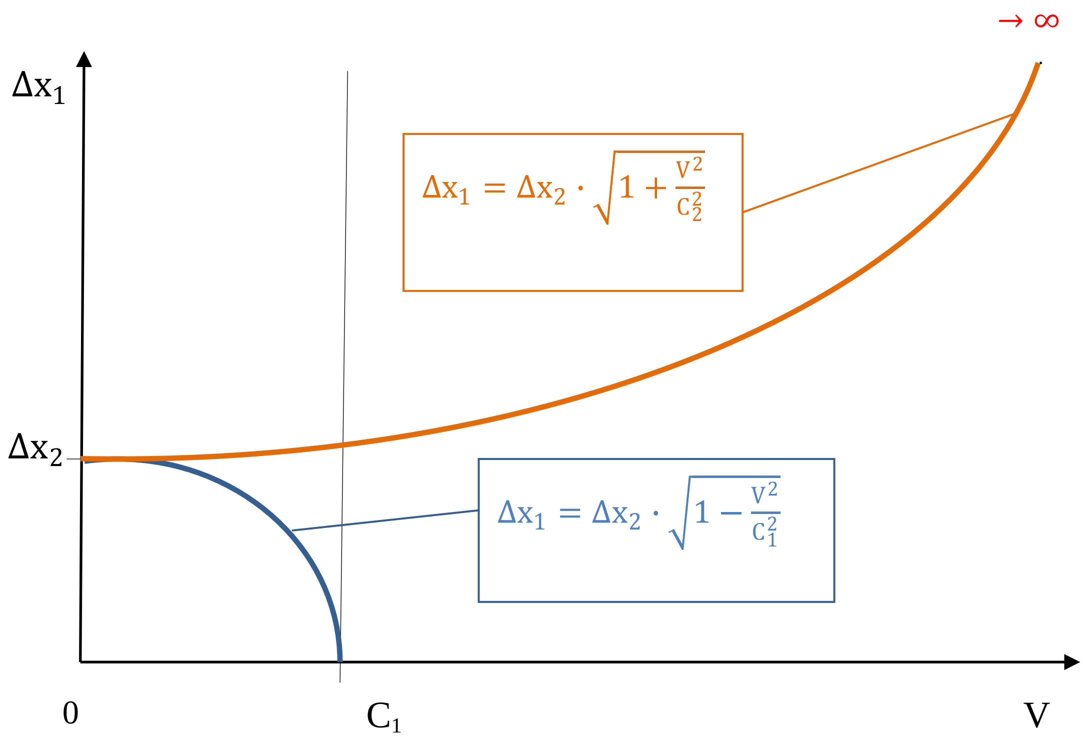

Рис.3

Графики зависимости промежутка времени $\boldsymbol{\Delta t_1}$ между двумя событиями в неподвижной системе отчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, которые в подвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ происходили в промежуток времени $\boldsymbol{\Delta t_2}$ в одной и той же точке, от скорости **V**:

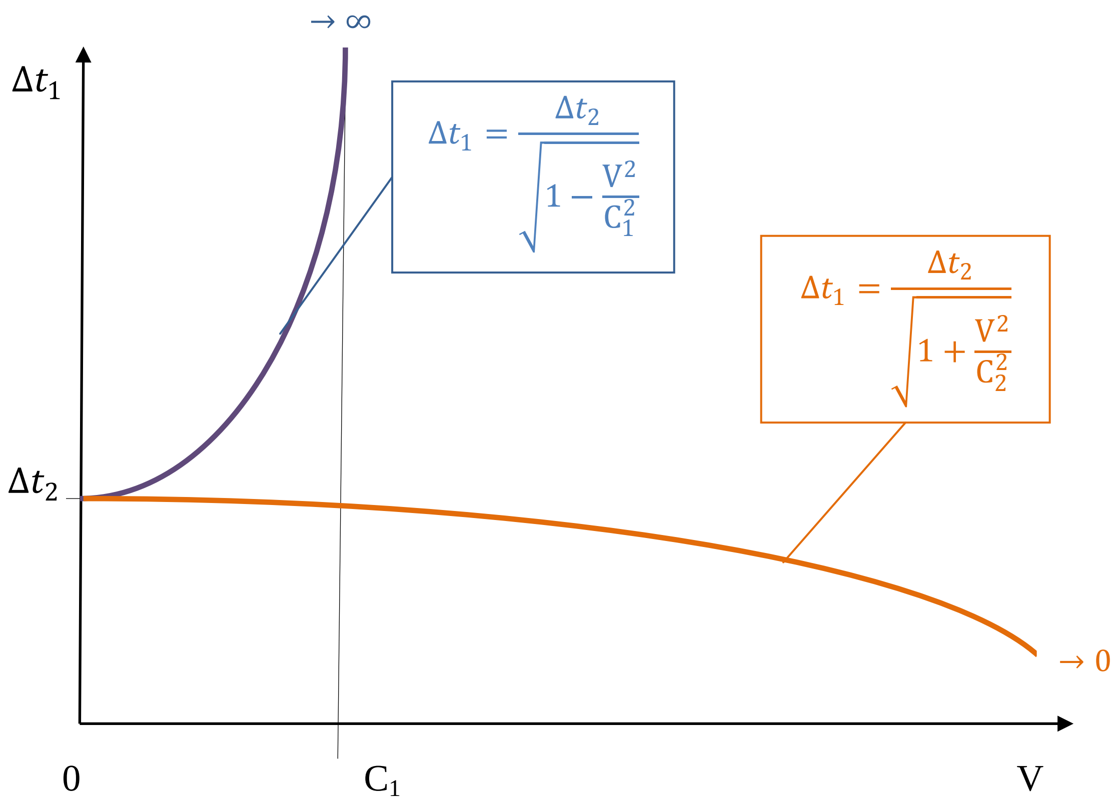

Рис.4

Графики зависимости между проекцией $\mathbf{v_{x2}}$ скорости движения точки в подвижной системе $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и проекцией $\mathbf{v_{x1}}$ скорости этой точки в неподвижной системе $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ (при постоянной величине скорости $\mathbf{V}$):

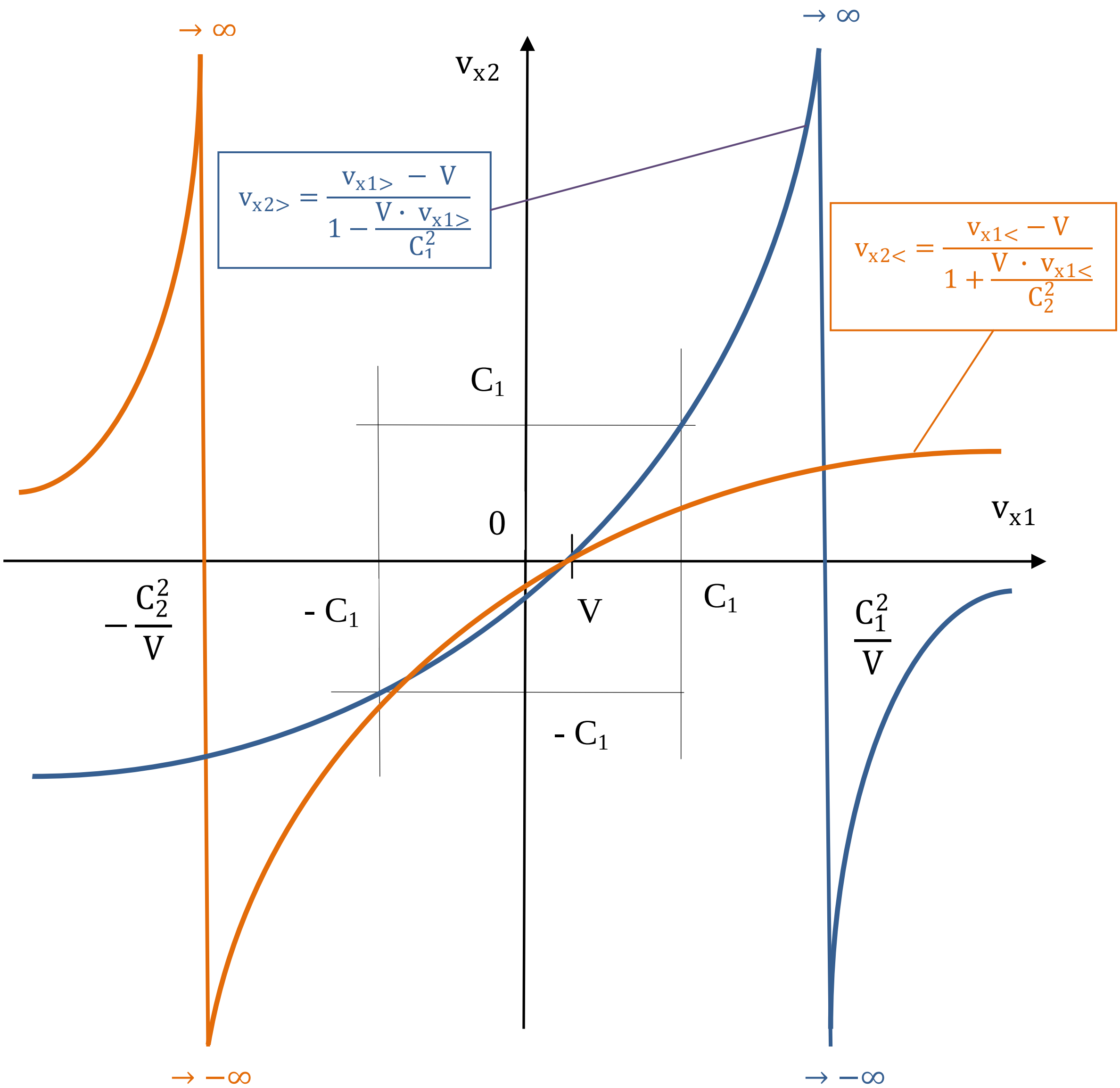

Рис.5

Графики зависимости между проекцией $\mathbf{v_{x1}}$ скорости движения точки в подвижной системе $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и проекцией $\mathbf{v_{x2}}$ скорости этой точки в неподвижной системе $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ (при постоянной величине скорости $\mathbf{V}$):

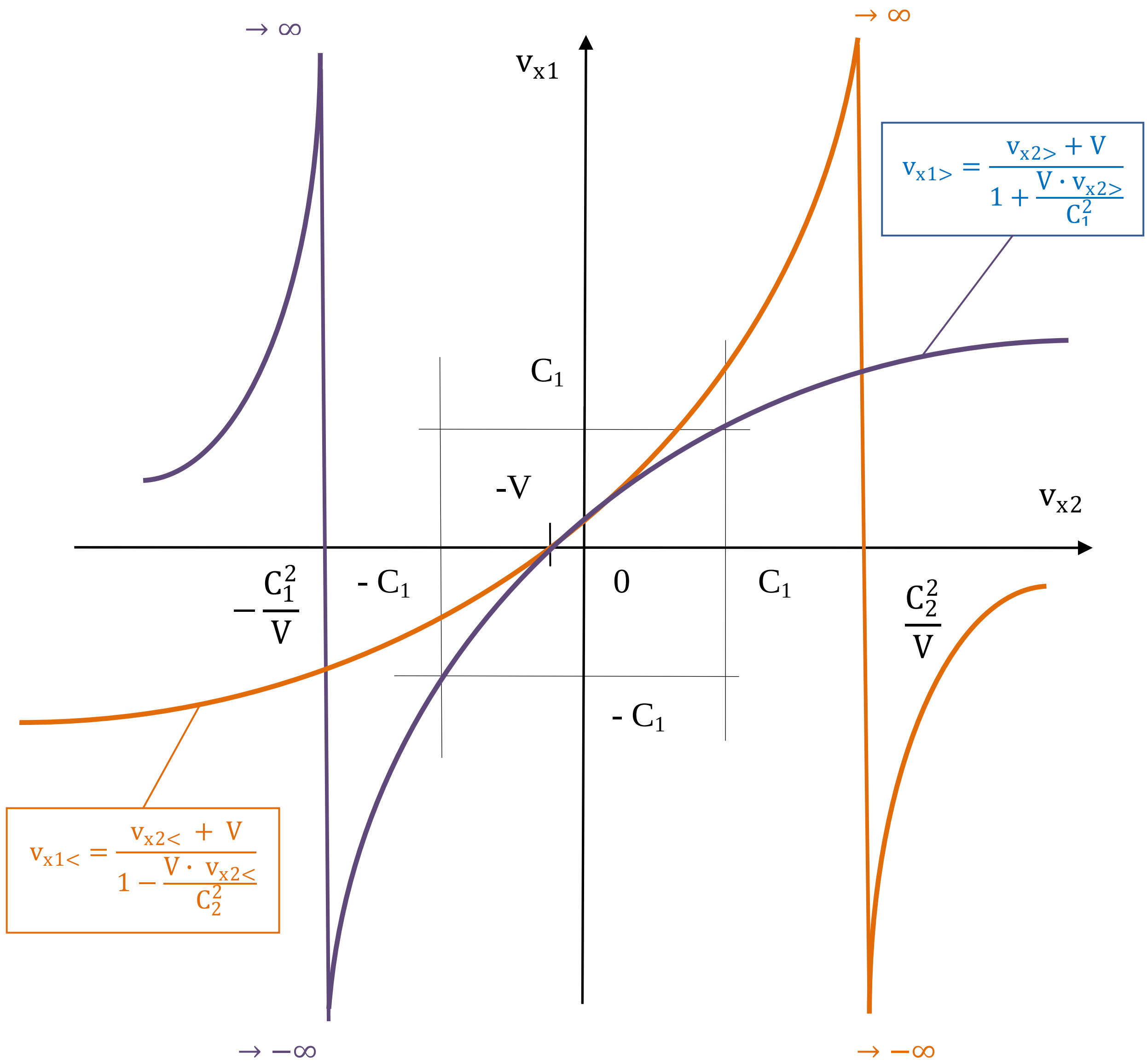

Рис.6

Графики зависимости между проекцией $\boldsymbol{a}_{x2}$ ускорения движения точки в подвижной системе $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и проекцией $\mathbf{v_{x1}}$ скорости этой точки в неподвижной системе $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ (при постоянной величине скорости $\mathbf{V}$ и постоянной величине проекции $\boldsymbol{a}_{x1}$ ускорения):

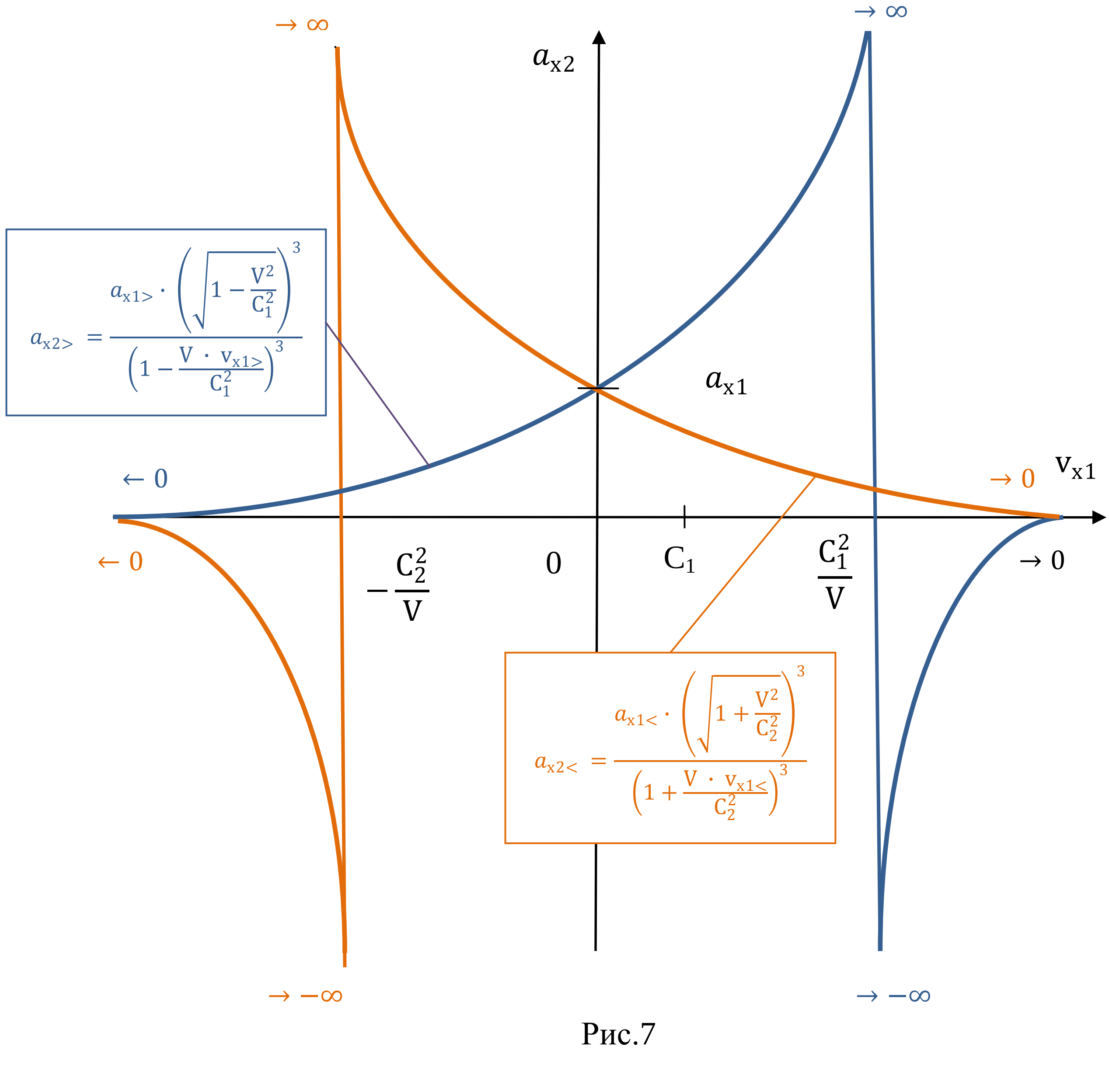

Рис.7

Графики зависимости между проекцией $\boldsymbol{a}_{x1}$ ускорения движения точки в подвижной системе $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и проекцией $\mathbf{v}_{x2}$ скорости этой точки в неподвижной системе $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ (при постоянной величине скорости $\mathbf{V}$ и постоянной величине проекции $\boldsymbol{a}_{x2}$ ускорения):

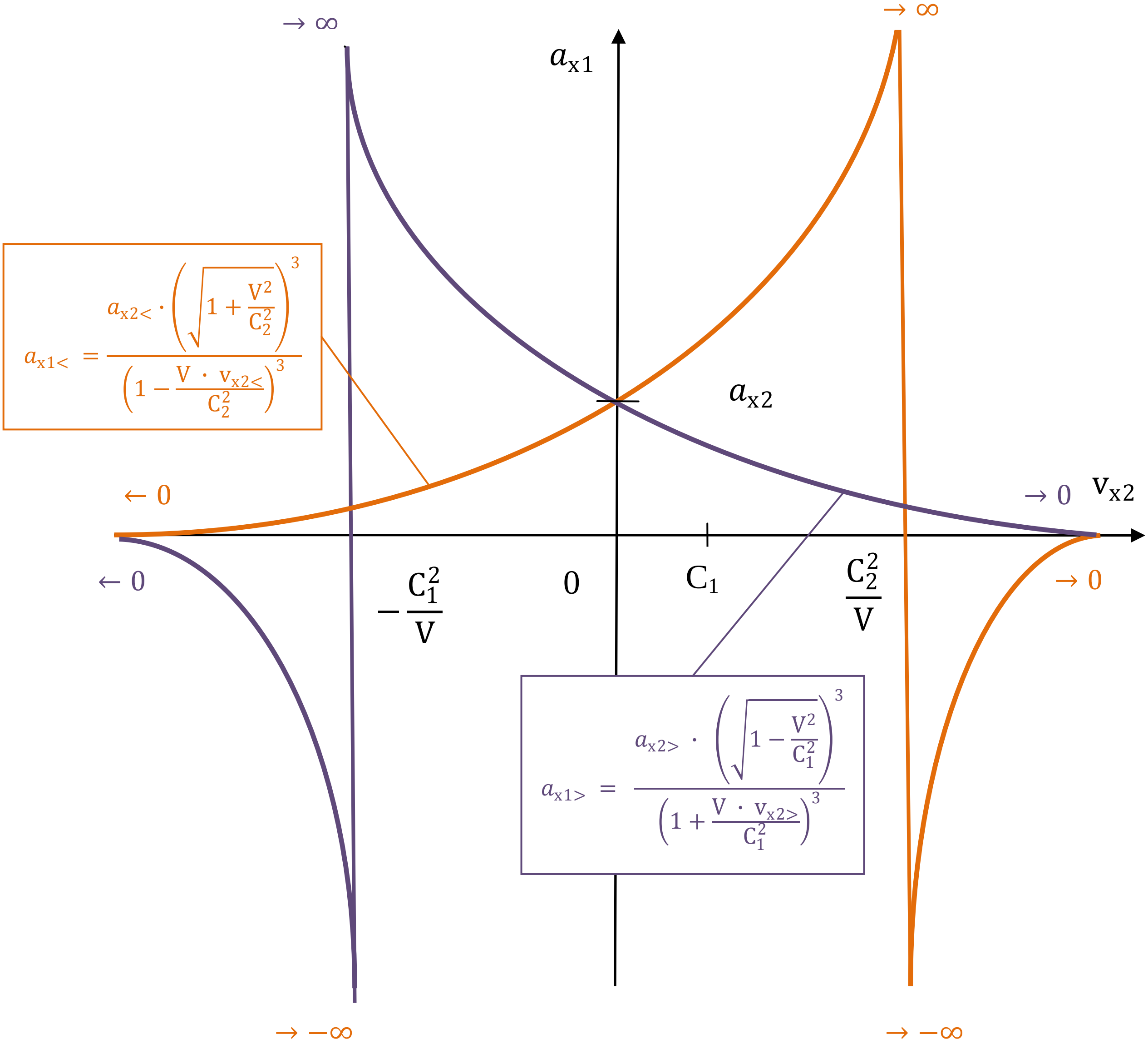

Рис.8

3. Зависимость массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от скорости

3.1. Формулы зависимости массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от скорости при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta} > 1$

Для случая, когда значение коэффициента перехода **β** находится в диапазоне $\boldsymbol{\beta} > 1$, зависимости для массы $\mathbf{M(v)}_{>}$, импульса $\mathbf{P(v)}_{>}$, кинетической энергии $\mathbf{E_к(v)}_{>}$ движущегося тела со скоростью **v** имеют вид:

$$\mathrm{M(v)}_{>} = \frac{\mathrm{M_0}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \tag{103}$$

$$\mathrm{P(v)}_{>} = \frac{\mathrm{M_0} \cdot \mathrm{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \tag{104}$$

$$\mathrm{E_к(v)}_{>} = \mathrm{M_0} \cdot \mathrm{C}_1^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} - 1 \right) \tag{105}$$

3.2. Формулы зависимости массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела от скорости при коэффициенте перехода $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < 1$

Для случая, когда значение коэффициента перехода **β** находится в диапазоне $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < 1$, зависимости для массы $\mathbf{M(v)}_{<}$, импульса $\mathbf{P(v)}_{<}$, кинетической энергии $\mathbf{E_к(v)}_{<}$ движущегося тела со скоростью **v** имеют вид:

$$\mathrm{M(v)}_{<} = \frac{\mathrm{M_0}}{\sqrt{1 + \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \tag{106}$$

$$P(v)_< = \frac{M_0 \cdot v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{C_2^2}}} \qquad (107)$$

$$E_к(v)_< = M_0 \cdot C_2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{C_2^2}}} \right) \qquad (108)$$

Подробно получение зависимостей (103)÷(105) и (106)÷(108) изложено в статье "Специальная теория относительности без постулата о постоянстве скорости света".

3.3. Подтверждение правильности выбора зависимостей (103)-(105) и (106)-(108) массы, импульса и кинетической энергии движущегося тела

Задача: проверить правильность выбора формул (103)-(105) и (106)-(108) используя законы сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы тел, взаимодействия между которыми носят кратковременный характер.

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис. 1, - неподвижная $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижная $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, которая движется со скоростью $\mathbf{V}$ параллельно оси $\mathbf{O_1x_1}$ относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, состоящая из тела 1 и тела 2 (как показано на рис. 9), имеющих массы в состоянии покоя, равные $\mathbf{M_{o1}}$ и $\mathbf{M_{o2}}$ соответственно.

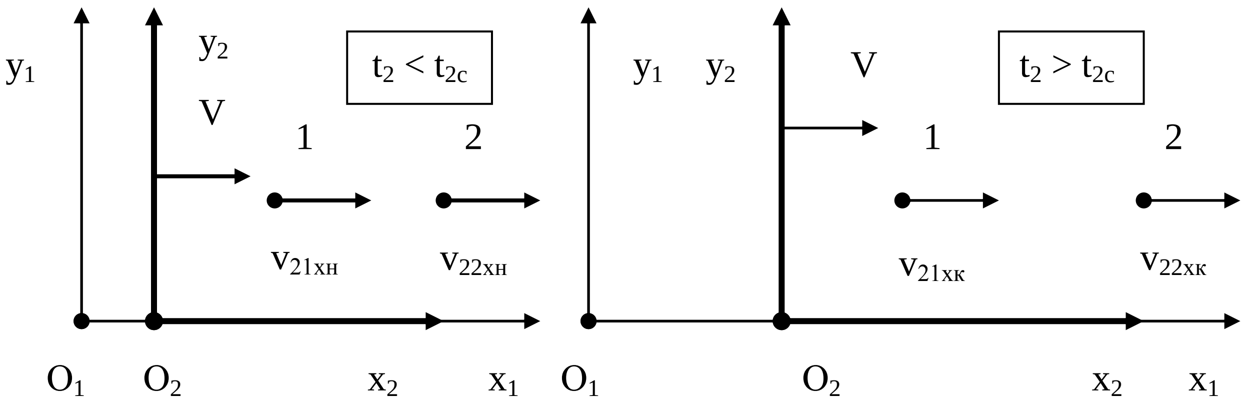

Рис. 9

В подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ тело 1 и тело 2 до некоторого момента времени $\boldsymbol{t}_{\mathbf{2c}}$ двигались параллельно оси $\mathbf{O_2x_2}$ по одной линии с постоянными по величине скоростями $\mathbf{v}_{\mathbf{21хн}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{22хн}}$ соответственно, т.е. до момента времени больший $\mathbf{t}_{\mathbf{2c}}$ тело 1 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{21хн}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E}_{\mathbf{к21хн}}$, а тело 2 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{22хн}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E}_{\mathbf{к22хн}}$.

В какой-то момент времени $\boldsymbol{t}_{\mathbf{2c}}$ между телами 1 и 2 произошло абсолютно упругое прямое центральное столкновение.

Далее после столкновения в момент времени больший $\boldsymbol{t}_{\mathbf{2c}}$ тела 1 и 2 стали двигаться параллельно оси $\mathbf{O_2x_2}$ по одной линии с постоянными по величине скоростями $\mathbf{v}_{\mathbf{21хк}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{22хк}}$ соответственно, т.е. в момент времени больший $\boldsymbol{t}_{\mathbf{2c}}$ тело 1 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{21хк}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E}_{\mathbf{к21хк}}$, а тело 2 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{22хк}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E}_{\mathbf{к22хк}}$.

В неподвижной системе отчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ столкновение между телами 1 и 2 произошло в момент времени $\boldsymbol{t}_{\mathbf{1c}}$, соответствующий моменту времени $\boldsymbol{t}_{\mathbf{2c}}$ в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$.

В неподвижной системе отчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ тело 1 и тело 2 до некоторого момента времени $\boldsymbol{t}_{\mathbf{1c}}$ двигались параллельно оси $\mathbf{O_2x_2}$ по одной линии с постоянными по величине скоростями $\mathbf{v}_{\mathbf{11хн}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{12хн}}$ соответственно, т.е. до момента времени больший $\mathbf{t}_{\mathbf{1c}}$ тело 1 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{11хн}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E}_{\mathbf{к11хн}}$, а тело 2 имело импульс $\mathbf{P}_{\mathbf{12хн}}$ и кинетическую энергию

$\mathbf{E_{к12хн}}$.

Далее после столкновения в момент времени больший t_{1c} тела 1 и 2 стали двигаться параллельно оси $\mathbf{O_1x_1}$ по одной линии с постоянными по величине скоростями $\mathbf{v_{11хк}}$ и $\mathbf{v_{12хк}}$ соответственно, т.е. в момент времени больший t_{1c} тело 1 имело импульс $\mathbf{P_{11хк}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E_{к11хк}}$, а тело 2 имело импульс $\mathbf{P_{12хк}}$ и кинетическую энергию $\mathbf{E_{к12хк}}$.

Учитывая, что:

- имеется симметрия пространства и времени,
- тело 1 и тело 2 составляют замкнутую механическую систему,
- между телами 1 и 2 имело место прямое центральное столкновение,
- столкновение между телами 1 и 2 носило упругий характер

можно записать законы сохранения импульса и механической энергии для замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2, рассматривая моменты времени до и после столкновения:

в неподвижной системе отчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

$$\mathrm{P_{11хн}} + \mathrm{P_{12хн}} = \mathrm{P_{11хк}} + \mathrm{P_{12хк}} \qquad (109)$$

$$\mathrm{E_{к11хн}} + \mathrm{E_{к12хн}} = \mathrm{E_{к11хк}} + \mathrm{E_{к12хк}} \qquad (110)$$

в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$:

$$\mathrm{P_{21хн}} + \mathrm{P_{22хн}} = \mathrm{P_{21хк}} + \mathrm{P_{22хк}} \qquad (111)$$

$$\mathrm{E_{к21хн}} + \mathrm{E_{к22хн}} = \mathrm{E_{к21хк}} + \mathrm{E_{к22хк}} \qquad (112)$$

3.3.1. Расчетная проверка выбора зависимостей (103)-(105) массы, импульса, кинетической энергии движущегося тела при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta} > 1$

Для случая, когда значение коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ находится в диапазоне $\boldsymbol{\beta} > 1$, формулы (109)-(112) с учетом зависимостей (103)-(105) запишутся в виде:

$$\frac{\mathrm{M_{01}} \cdot \mathrm{v_{21хн}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v_{21хн}^2}}{\mathrm{C_1^2}}}} + \frac{\mathrm{M_{02}} \cdot \mathrm{v_{22хн}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v_{22хн}^2}}{\mathrm{C_1^2}}}} = \frac{\mathrm{M_{01}} \cdot \mathrm{v_{21хк}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v_{21хк}^2}}{\mathrm{C_1^2}}}} + \frac{\mathrm{M_{02}} \cdot \mathrm{v_{22хк}}}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v_{22хк}^2}}{\mathrm{C_1^2}}}} \qquad (113)$$

$$\frac{M_{01}}{\sqrt{1-\frac{v_{21хн}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}}{\sqrt{1-\frac{v_{22хн}^2}{C_1^2}}} = \frac{M_{01}}{\sqrt{1-\frac{v_{21хк}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}}{\sqrt{1-\frac{v_{22хк}^2}{C_1^2}}} \qquad (114)$$

$$\frac{M_{01}\cdot v_{11хн}}{\sqrt{1-\frac{v_{11хн}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}\cdot v_{12хн}}{\sqrt{1-\frac{v_{12хн}^2}{C_1^2}}} = \frac{M_{01}\cdot v_{11хк}}{\sqrt{1-\frac{v_{11хк}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}\cdot v_{12хк}}{\sqrt{1-\frac{v_{12хк}^2}{C_1^2}}} \qquad (115)$$

$$\frac{M_{01}}{\sqrt{1-\frac{v_{11хн}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}}{\sqrt{1-\frac{v_{12хн}^2}{C_1^2}}} = \frac{M_{01}}{\sqrt{1-\frac{v_{11хк}^2}{C_1^2}}} + \frac{M_{02}}{\sqrt{1-\frac{v_{12хк}^2}{C_1^2}}} \qquad (116)$$

Где, исходя из формул (74) и (75) связь между скоростями $\mathbf{v_{11хн}}$, $\mathbf{v_{21хн}}$, $\mathbf{v_{12хн}}$, $\mathbf{v_{22хн}}$, $\mathbf{v_{11хк}}$, $\mathbf{v_{21хк}}$, $\mathbf{v_{12хк}}$ и $\mathbf{v_{22хк}}$ примет вид:

$$v_{11хн} = \frac{v_{21хн} + V}{1+\frac{V\cdot v_{21хн}}{C_1^2}} \qquad (117)$$

$$v_{12хн} = \frac{v_{22хн} + V}{1+\frac{V\cdot v_{22хн}}{C_1^2}} \qquad (118)$$

$$v_{11хк} = \frac{v_{21хк} + V}{1+\frac{V\cdot v_{21хк}}{C_1^2}} \qquad (119)$$

$$v_{12хк} = \frac{v_{22хк} + V}{1+\frac{V\cdot v_{22хк}}{C_1^2}} \qquad (120)$$

Предположим, что $\mathbf{M_{o1}} = 1$, $\mathbf{M_{o2}} = 0{,}5$, $\mathbf{V} / \mathbf{C_1} = 0{,}5$, $\mathbf{v_{21хн}} / \mathbf{C_1} = 0{,}9$, $\mathbf{v_{22хн}} / \mathbf{C_1} = 0{,}6$.

Тогда числовые расчеты дают следующие результаты для рассматриваемого примера:

I. В подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$:

1) тело 1 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{21xн}} / \mathbf{C_1}$	0,9
		масса $\mathbf{M_{21н}}$	2,294157338706
		импульс $\mathbf{P_{21н}} / \mathbf{C_1}$	2,064741604835
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к21н}} / \mathbf{C_1^2}$	1,294157338706
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{21xк}} / \mathbf{C_1}$	0,7360143377
		масса $\mathbf{M_{21к}}$	1,477179174242
		импульс $\mathbf{P_{21к}} / \mathbf{C_1}$	1,087225051595
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к21к}} / \mathbf{C_1^2}$	0,477179174242

2) тело 2 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 2	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{22xн}} / \mathbf{C_1}$	0,6
		масса $\mathbf{M_{22н}}$	0,625
		импульс $\mathbf{P_{22н}} / \mathbf{C_1}$	0,375
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к22н}} / \mathbf{C_1^2}$	0,125
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{22xк}} / \mathbf{C_1}$	0,937959108239
		масса $\mathbf{M_{22к}}$	1,441978164463
		импульс $\mathbf{P_{22к}} / \mathbf{C_1}$	1,35251655324
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к22к}} / \mathbf{C_1^2}$	0,941978164463

3) система тел 1 и 2 имела:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса ($\mathbf{M_{21н}} + \mathbf{M_{22н}}$)	2,919157338706
		импульс ($\mathbf{P_{21н}} + \mathbf{P_{22н}}$) / $\mathbf{C_1}$	2,439741604835
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к22н}} / \mathbf{C_1}^2$	1,419157338706
	После столкновения	масса ($\mathbf{M_{21к}} + \mathbf{M_{22к}}$)	2,919157338706
		импульс ($\mathbf{P_{21к}} + \mathbf{P_{22к}}$) / $\mathbf{C_1}$	2,439741604835
		кинетическая энергия ($\mathbf{E_{к21к}} + \mathbf{E_{к22к}}$) / $\mathbf{C_1}^2$	1,419157338706

II. В неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

1) тело 1 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{11xн}} / \mathbf{C_1}$	0,965517241379
		масса $\mathbf{M_{11н}}$	3,841143835489
		импульс $\mathbf{P_{11н}} / \mathbf{C_1}$	3,708690599782
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к11н}} / \mathbf{C_1}^2$	2,841143835489
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{11xк}} / \mathbf{C_1}$	0,903514517939
		масса $\mathbf{M_{11к}}$	2,333409263988
		импульс $\mathbf{P_{11к}} / \mathbf{C_1}$	2,108269146306
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к11к}} / \mathbf{C_1}^2$	1,333409263988

2) тело 2 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 2	До столкновения	скорость $\mathbf{v}_{12xн} / \mathbf{C}_1$	0,846153846154
		масса $\mathbf{M}_{12н}$	0,938194187433
		импульс $\mathbf{P}_{12н} / \mathbf{C}_1$	0,793856620136
		кинетическая энергия $\mathbf{E}_{к12н} / \mathbf{C}_1^2$	0,438194187433
	После столкновения	скорость $\mathbf{v}_{12xк} / \mathbf{C}_1$	0,978882996844
		масса $\mathbf{M}_{12к}$	2,445928758933
		импульс $\mathbf{P}_{12к} / \mathbf{C}_1$	2,394278073612
		кинетическая энергия $\mathbf{E}_{к12к} / \mathbf{C}_1^2$	1,945928758933

3) система тел 1 и 2 имела:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(\mathbf{M}_{11н} + \mathbf{M}_{12н})$	4,779338022922
		импульс $(\mathbf{P}_{11н} + \mathbf{P}_{12н}) / \mathbf{C}_1$	4,502547219918
		кинетическая энергия $(\mathbf{E}_{к11н} + \mathbf{E}_{к12н}) / \mathbf{C}_1^2$	3,279338022922
	После столкновения	масса $(\mathbf{M}_{11к} + \mathbf{M}_{12к})$	4,779338022922
		импульс $(\mathbf{P}_{11к} + \mathbf{P}_{12к}) / \mathbf{C}_1$	4,502547219918
		кинетическая энергия $(\mathbf{E}_{к11к} + \mathbf{E}_{к12к}) / \mathbf{C}_1^2$	3,279338022922

По результатам расчета можно сделать следующий вывод: в подвижной $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и неподвижной $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ системах отсчета до и после столкновения масса, импульс и кинетическая энергия механической системы тел 1 и 2 остаются неизменными при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta} > 1$.

3.3.2. Расчетная проверка выбора зависимостей (106)-(108) массы, импульса, кинетической энергии движущегося тела при коэффициенте перехода $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < 1$

Для случая, когда значение коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ находится в диапазоне $\mathbf{0} < \boldsymbol{\beta} < 1$, формулы (109)-(112) с учетом зависимостей (106)-(108) запишутся в виде:

$$\frac{\mathrm{M}_{01}\cdot \mathrm{v}_{21\text{хн}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{21\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}\cdot \mathrm{v}_{22\text{хн}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{22\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} = \frac{\mathrm{M}_{01}\cdot \mathrm{v}_{21\text{хк}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{21\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}\cdot \mathrm{v}_{22\text{хк}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{22\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (121)$$

$$\frac{\mathrm{M}_{01}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{21\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{22\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} = \frac{\mathrm{M}_{01}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{21\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{22\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (122)$$

$$\frac{\mathrm{M}_{01}\cdot \mathrm{v}_{11\text{хн}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{11\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}\cdot \mathrm{v}_{12\text{хн}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{12\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} = \frac{\mathrm{M}_{01}\cdot \mathrm{v}_{11\text{хк}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{11\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}\cdot \mathrm{v}_{12\text{хк}}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{12\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (123)$$

$$\frac{\mathrm{M}_{01}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{11\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{12\text{хн}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} = \frac{\mathrm{M}_{01}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{11\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} + \frac{\mathrm{M}_{02}}{\sqrt{1+\frac{\mathrm{v}_{12\text{хк}}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (124)$$

Где, исходя из формул (91) и (92) связь между скоростями $\mathbf{v}_{\mathbf{11}\text{хн}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{21}\text{хн}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{12}\text{хн}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{22}\text{хн}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{11}\text{хк}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{21}\text{хк}}$, $\mathbf{v}_{\mathbf{12}\text{хк}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{22}\text{хк}}$ примет вид:

$$\mathrm{v}_{11\text{хн}} = \frac{\mathrm{v}_{21\text{хн}} + \mathrm{V}}{1-\frac{\mathrm{V}\cdot \mathrm{v}_{21\text{хн}}}{\mathrm{C}_2^2}} \qquad (125)$$

$$\mathrm{v}_{12\text{хн}} = \frac{\mathrm{v}_{22\text{хн}} + \mathrm{V}}{1-\frac{\mathrm{V}\cdot \mathrm{v}_{22\text{хн}}}{\mathrm{C}_2^2}} \qquad (126)$$

$$v_{11xк} = \frac{v_{21xк} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{21xк}}{C_2^2}} \qquad (127)$$

$$v_{12xк} = \frac{v_{22xк} + V}{1 - \frac{V \cdot v_{22xк}}{C_2^2}} \qquad (128)$$

Предположим, что $\mathbf{M_{o1}} = 1$, $\mathbf{M_{o2}} = 0{,}5$, $\mathbf{V} / \mathbf{C_2} = 0{,}5$, $\mathbf{v_{21xн}} / \mathbf{C_2} = 0{,}9$, $\mathbf{v_{22xн}} / \mathbf{C_2} = 0{,}6$.

Тогда числовые расчеты дают следующие результаты для рассматриваемого примера:

I. В подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$:

1) тело 1 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{21xн}} / \mathbf{C_2}$	0,9
		масса $\mathbf{M_{21н}}$	0,743294146247
		импульс $\mathbf{P_{21н}} / \mathbf{C_2}$	0,668964731622
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к21н}} / \mathbf{C_2}^2$	0,256705853753
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{21xк}} / \mathbf{C_2}$	0,691099932748
		масса $\mathbf{M_{21к}}$	0,822656908881
		импульс $\mathbf{P_{21к}} / \mathbf{C_2}$	0,568538134403
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к21к}} / \mathbf{C_2}^2$	0,177343091119

2) тело 2 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 2	До столкновения	скорость $\mathbf{v}_{22\text{хн}} / \mathbf{C}_2$	0,6
		масса $\mathbf{M}_{22\text{н}}$	0,428746462856
		импульс $\mathbf{P}_{22\text{н}} / \mathbf{C}_2$	0,257247877714
		кинетическая энергия $\mathbf{E}_{\text{к}22\text{н}} / \mathbf{C}_2^2$	0,071253537144
	После столкновения	скорость $\mathbf{v}_{22\text{хк}} / \mathbf{C}_2$	1,023729712365
		масса $\mathbf{M}_{22\text{к}}$	0,349383700222
		импульс $\mathbf{P}_{22\text{к}} / \mathbf{C}_2$	0,357674474934
		кинетическая энергия $\mathbf{E}_{\text{к}22\text{к}} / \mathbf{C}_2^2$	0,150616299778

3) система тел 1 и 2 имела:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса $(\mathbf{M}_{21\text{н}} + \mathbf{M}_{22\text{н}})$	1,172040609103
		импульс $(\mathbf{P}_{21\text{н}} + \mathbf{P}_{22\text{н}}) / \mathbf{C}_2$	0,926212609336
		кинетическая энергия $\mathbf{E}_{\text{к}22\text{н}} / \mathbf{C}_2^2$	0,327959390897
	После столкновения	масса $(\mathbf{M}_{21\text{к}} + \mathbf{M}_{22\text{к}})$	1,172040609103
		импульс $(\mathbf{P}_{21\text{к}} + \mathbf{P}_{22\text{к}}) / \mathbf{C}_2$	0,926212609336
		кинетическая энергия $(\mathbf{E}_{\text{к}21\text{к}} + \mathbf{E}_{\text{к}22\text{к}}) / \mathbf{C}_2^2$	0,327959390897

II. В неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

1) тело 1 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 1	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{11хн} / C_2}$	2,545454545455
		масса $\mathbf{M_{11н}}$	0,365652372423
		импульс $\mathbf{P_{11н} / C_2}$	0,93075149344
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к11н} / C_2^2}$	0,634347627577
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{11хк} / C_2}$	1,820001331727
		масса $\mathbf{M_{11к}}$	0,481548724902
		импульс $\mathbf{P_{11к} / C_2}$	0,876419320614
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к11к} / C_2^2}$	0,518451275098

2) тело 2 имело:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Тело 2	До столкновения	скорость $\mathbf{v_{12хн} / C_2}$	1,571428571429
		масса $\mathbf{M_{12н}}$	0,268437746097
		импульс $\mathbf{P_{12н} / C_2}$	0,421830743866
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к12н} / C_2^2}$	0,231562253903
	После столкновения	скорость $\mathbf{v_{12хк} / C_2}$	3,121532492927
		масса $\mathbf{M_{12к}}$	0,152541393617
		импульс $\mathbf{P_{12к} / C_2}$	0,476162916693
		кинетическая энергия $\mathbf{E_{к12к} / C_2^2}$	0,347458606383

3) система тел 1 и 2 имела:

Объект	Период времени	Величина	Значение величины
Система тел 1 и 2	До столкновения	масса ($\mathbf{M_{11н}} + \mathbf{M_{12н}}$)	0,63409011852
		импульс ($\mathbf{P_{11н}} + \mathbf{P_{12н}}$) / $\mathbf{C_2}$	1,352582237306
		кинетическая энергия ($\mathbf{E_{к11н}} + \mathbf{E_{к12н}}$) / $\mathbf{C_2}^2$	0,86590988148
	После столкновения	масса ($\mathbf{M_{11к}} + \mathbf{M_{12к}}$)	0,63409011852
		импульс ($\mathbf{P_{11к}} + \mathbf{P_{12к}}$) / $\mathbf{C_2}$	1,352582237306
		кинетическая энергия ($\mathbf{E_{к11к}} + \mathbf{E_{к12к}}$) / $\mathbf{C_2}^2$	0,86590988148

По результатам расчета можно сделать следующий вывод: в подвижной $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ и неподвижной $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ системах отсчета до и после столкновения масса, импульс и кинетическая энергия механической системы тел 1 и 2 остаются неизменными при коэффициенте перехода $\mathbf{0 < \beta < 1}$.

3.3.3. Сравнение формул (103)÷(105) с формулами (106)÷(108).

О зависимостях (103)÷(105):

$$\mathrm{M(v)_>} \;=\; \frac{\mathrm{M_0}}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (103)$$

$$\mathrm{P(v)_>} \;=\; \frac{\mathrm{M_0}\,\cdot\,\mathrm{v}}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (104)$$

$$\mathrm{E_к(v)_>} \;=\; \mathrm{M_0}\,\cdot\,\mathrm{C}_1^2\,\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}}\;-\;1\right) \qquad (105)$$

для массы **M(v)**$_>$, импульса **P(v)**$_>$ и кинетической энергии **E**$_{\text{к}}$**(v)**$_>$ движущегося тела со скоростью **v** в случае, когда коэффициент перехода **β > 1**, можно сказать следующее:

Скорость **v**	Масса **M(v)**$_>$	Импульс **P(v)**$_>$	Кинетическая энергия **E**$_{\text{к}}$**(v)**$_>$
$\mathrm{v} \ll \mathrm{C}_1$	M_0	$\mathrm{M}_0 \cdot \mathrm{v}$	$\dfrac{\mathrm{M}_0 \cdot \mathrm{v}^2}{2}$
$\mathrm{v} < \mathrm{C}_1$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$\mathrm{v} = \mathrm{C}_1$	∞	∞	∞
$\mathrm{v} > \mathrm{C}_1$	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения	не имеет действительного значения

Аналогично о зависимостях (106)÷(108):

$$\mathrm{M}(\mathrm{v})_< = \frac{\mathrm{M}_0}{\sqrt{1 + \dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (106)$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{v})_< = \frac{\mathrm{M}_0 \cdot \mathrm{v}}{\sqrt{1 + \dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_2^2}}} \qquad (107)$$

$$\mathrm{E}_{\text{к}}(\mathrm{v})_< = \mathrm{M}_0 \cdot \mathrm{C}_2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_2^2}}}\right) \qquad (108)$$

для массы **M(v)**$_<$, импульса **P(v)**$_<$ и кинетической энергии **E**$_{\text{к}}$**(v)**$_<$ движущегося тела со скоростью **v** в случае, когда коэффициент перехода **0 < β < 1 ,** можно сказать следующее:

Скорость **v**	Масса **M(v)**<	Импульс **P(v)**<	Кинетическая энергия **Eк(v)**<
$v \ll C_2$	M_0	$M_0 \cdot v$	$\frac{M_0 \cdot v^2}{2}$
$v < C_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = C_2$	$\frac{M_0}{\sqrt{2}}$	$\frac{M_0 \cdot C_2}{\sqrt{2}}$	$M_0 \cdot C_2^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
$v > C_2$	имеет действительное значение	имеет действительное значение	имеет действительное значение
$v = \infty$	стремится к нулю	$M_0 \cdot C_2$	$M_0 \cdot C_2^2$

Как видно из сравнения, оба диапазона возможного значения коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$ являются равноценными (оба удовлетворяют граничному условию).

Для наглядности сравнения приведем следующие графики:

- графики зависимости массы **M(v)** движущегося тела от скорости **v**:

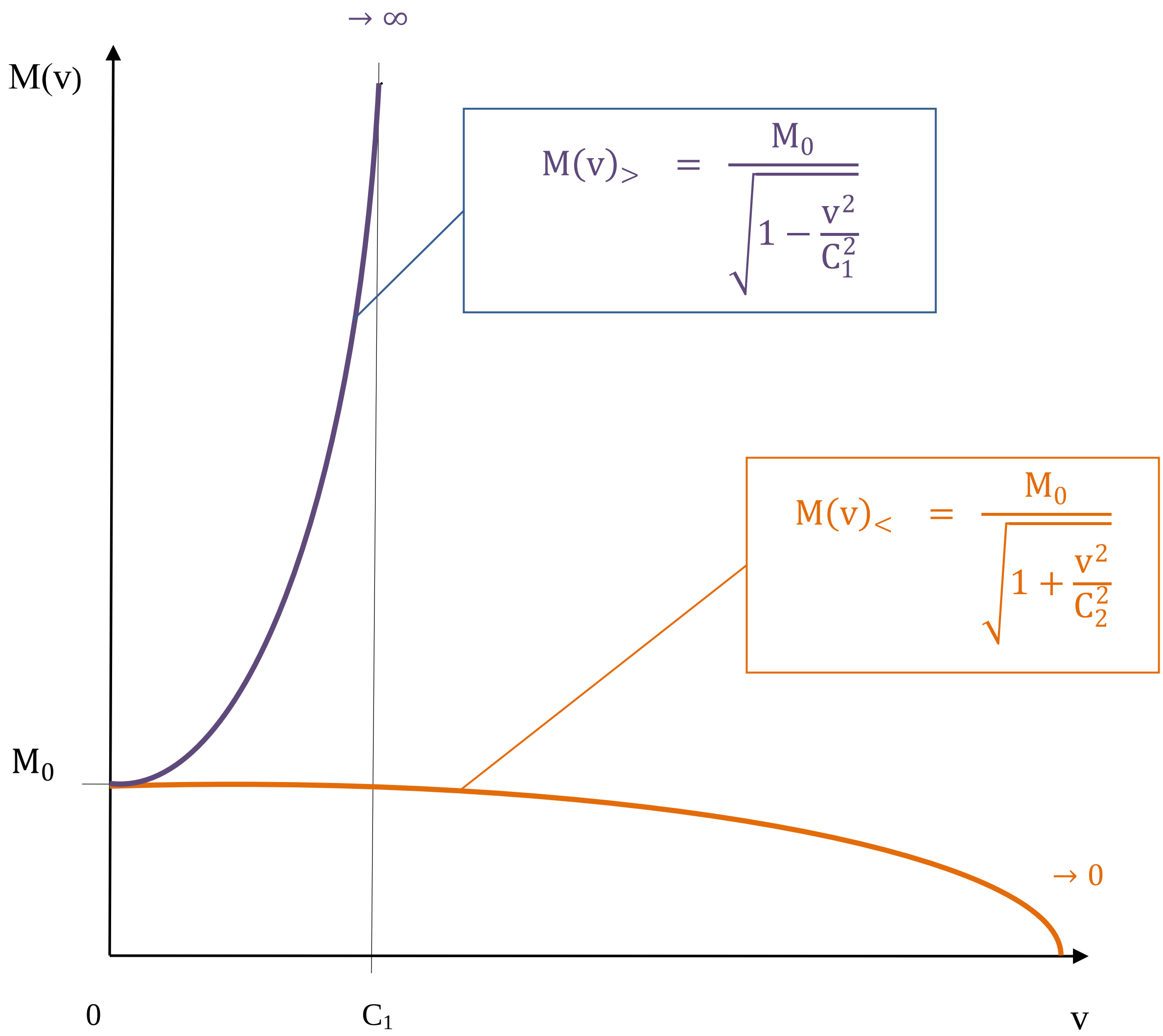

Рис.10

- графики зависимости импульса **P(v)** движущегося тела от скорости **v**:

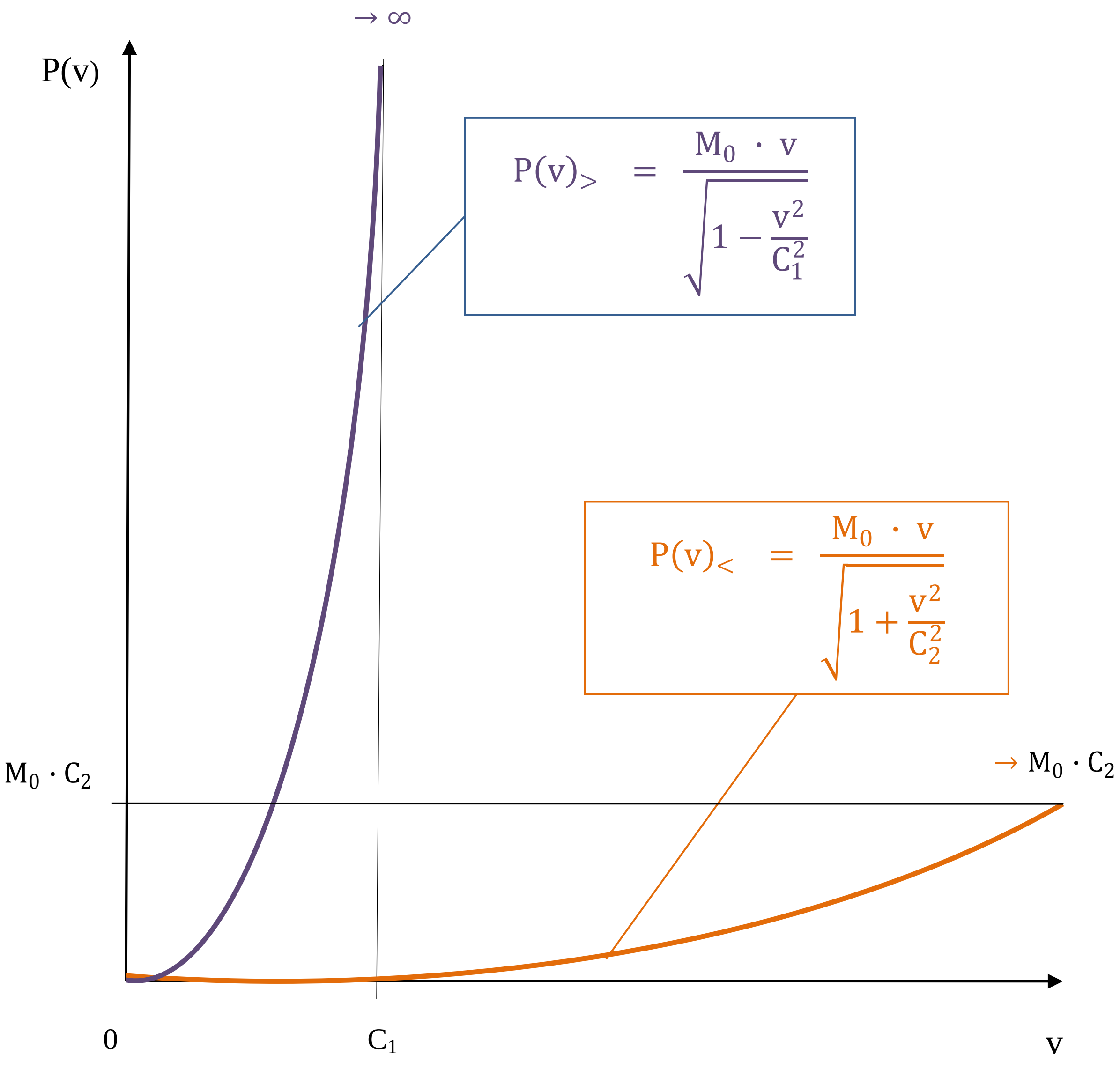

Рис.11

- графики зависимости кинетической энергии $\mathbf{E_к(v)}$ движущегося тела от скорости **v**:

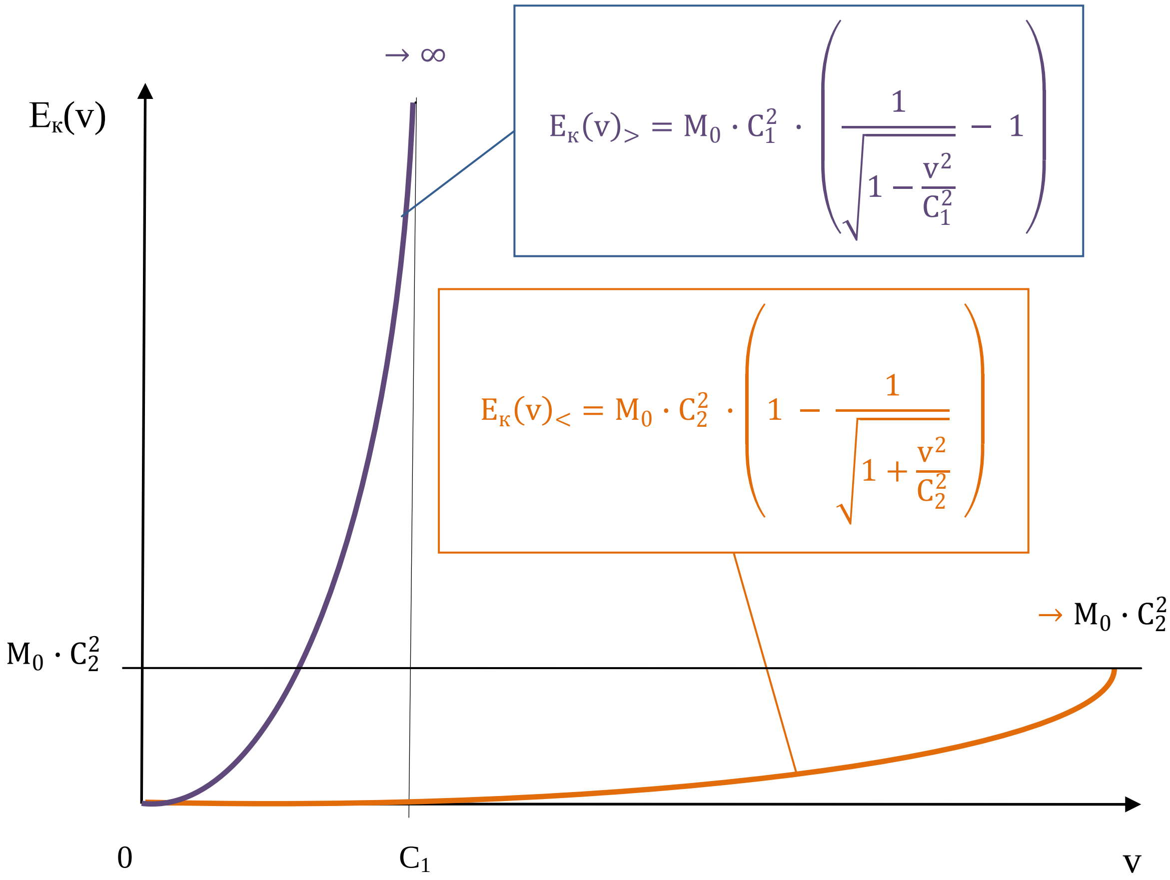

Рис.12

4. Определение значений постоянных величин C_1 и C_2

Задача: используя закон сохранения импульса для замкнутой механической системы тел, имеющих непрерывное взаимодействие, определить значение коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$.

При рассмотрении постараемся опереться на закон сохранения импульса замкнутой механической системы, который связан со свойством симметрии пространства – однородностью пространства.

Закон сохранения импульса утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системы отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. нет внешнего взаимодействия).

В ниже приведенном примере в инерциальной системе отсчета с помощью специальной теории относительности будут определены импульсы тел, составляющих замкнутую механическую систему, для двух моментов времени, а затем применяя закон сохранения импульса замкнутой механической системы будут определены значения постоянных величин $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$.

4.1. Пример № 1 для определения значений постоянных величин $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$

Допустим, что имеются две инерциальные системы отсчета, аналогичные системам отсчета, изображенным на рис. 1 - неподвижная $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижная $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$, которая движется со скоростью $\mathbf{V}$ параллельно оси $\mathbf{O_1x_1}$ относительно системы $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис. 13 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы $\mathbf{M_o}$ в состоянии покоя, и нити 3.

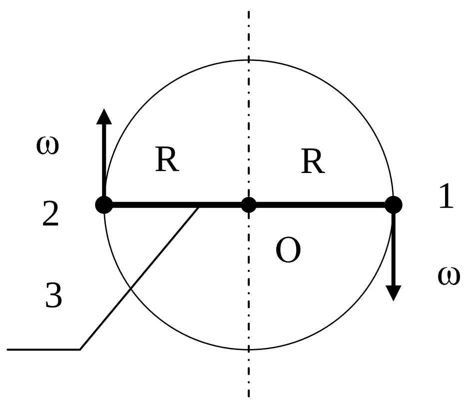

Рис. 13

Тела 1 и 2 соединены абсолютно жесткой (недеформируемой) нитью 3, не имеющей массы.

Тела 1 и 2 вращаются с угловой скоростью **ω** вокруг общего центра масс - точки **O**. Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки **O** равно **R**.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в подвижную систему отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ таким образом, чтобы точка **O** была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат $\mathbf{O_2}$, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы по часовой стрелке в плоскости $\mathbf{O_2x_2y_2}$, как показано на рис. 14.

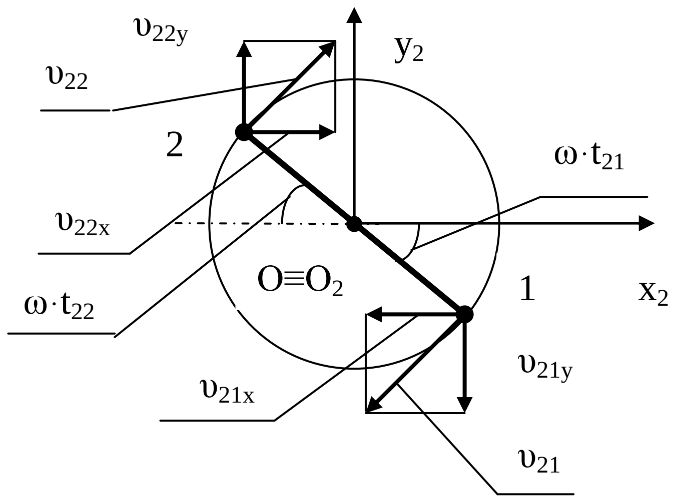

Рис. 14

Также допустим, что в момент начала отсчета времени ($\boldsymbol{t_2}$=0) в системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ тела 1 и 2 находились на оси $\mathbf{O_2x_2}$, причем, тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

Опираясь на вышесказанное, можно отметить, что в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в любой момент времени $\boldsymbol{t_2}$ тела 1 и 2 будут иметь скорости $\boldsymbol{\upsilon_{21}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{22}}$,соответственно равные:

$$v_{21} = v_{22} = v = \omega \cdot \mathrm{R} \qquad (129)$$

При этом проекции $\boldsymbol{\upsilon_{21x}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{21y}}$ скорости тела 1 и проекции $\boldsymbol{\upsilon_{22x}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{22y}}$ скорости тела 2 на оси $\mathbf{O_2x_2}$ и $\mathbf{O_2y_2}$, соответственно для моментов времени $\boldsymbol{t_{21}}$ и $\boldsymbol{t_{22}}$, будут равны:

$$v_{21\mathrm{x}} = -\left[v \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})\right] \qquad (130)$$

$$v_{21y} = -\,[v \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})] \qquad (131)$$

$$v_{22x} = v \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \qquad (132)$$

$$v_{22y} = v \cdot \cos(\omega \cdot t_{22}) \qquad (133)$$

Связь между координатами $\mathbf{x_{21}}$ и $\mathbf{y_{21}}$ тела 1 в зависимости от времени $\boldsymbol{t_{21}}$ и связь между координатами $\mathbf{x_{22}}$ и $\mathbf{y_{22}}$ тела 2 в зависимости от времени $\boldsymbol{t_{22}}$ в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ можно записать в виде:

$$x_{21} = R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21}) \qquad (134)$$

$$y_{21} = -\,[R \cdot \sin(\omega \cdot t_{21})] \qquad (135)$$

$$x_{22} = -\,[R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})] \qquad (136)$$

$$y_{22} = R \cdot \sin(\omega \cdot t_{22}) \qquad (137)$$

Опираясь на уравнения (34) и (36), можно написать связь между координатами $\mathbf{x_{11}}$ и $\mathbf{y_{11}}$ тела 1 в момент времени $\mathbf{t_{11}}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и координатами $\mathbf{x_{21}}$ и $\mathbf{y_{21}}$ тела 1 в момент времени $\boldsymbol{t_{21}}$, соответствующий моменту времени $\mathbf{t_{11}}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$:

$$x_{11} = \beta \cdot [x_{21} + (V \cdot t_{21})] \qquad (138)$$

$$y_{11} = y_{21} \qquad (139)$$

Аналогично, используя уравнения (34) и (36), можно записать связь между координатами $\mathbf{x_{12}}$ и $\mathbf{y_{12}}$ тела 2 в момент времени $\boldsymbol{t_{12}}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и координатами $\mathbf{x_{22}}$ и $\mathbf{y_{22}}$ тела 2 в момент времени $\boldsymbol{t_{22}}$, соответствующий моменту времени $\mathbf{t_{12}}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$, в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$:

$$x_{12} = \beta \cdot [x_{22} + (V \cdot t_{22})] \qquad (140)$$

$$y_{12} = y_{22} \qquad (141)$$

С помощью формулы (38) можно написать связь между значениями времен $\boldsymbol{t_{11}}$, $\boldsymbol{t_{21}}$ и $\boldsymbol{t_{12}}$, $\boldsymbol{t_{22}}$:

$$t_{11} = \frac{(\beta^2 - 1) \cdot x_{21}}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_{21}) \qquad (142)$$

$$t_{12} = \frac{(\beta^2 - 1) \cdot x_{22}}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_{22}) \qquad (143)$$

В рассматриваемом примере нас будет интересовать положение тел 1 и 2 в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ в один и тот же момент времени, т.е. когда:

$$t_{11} = t_{12} \qquad (144)$$

Тогда уравнение (144) с учетом формул (134), (136), (138), (140), (142) и (143) примет вид:

$$\frac{(\beta^2 - 1) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{21})}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_{21}) =$$

$$= \frac{(1 - \beta^2) \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{22})}{\beta \cdot V} + (\beta \cdot t_{22}) \qquad (145)$$

В подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ при выполнении условия (144) представляет интерес положение тел 1 и 2, когда:

$$t_{21} = t_{22} = t_{2\text{р}} \qquad (146)$$

Подставив условие (146) в уравнение (145) для случая, когда $(\boldsymbol{\omega \cdot t_{2\text{р}}}) < \boldsymbol{\pi}$, получим:

$$\omega \cdot t_{2\text{р}} = \frac{\pi}{2} \qquad (147)$$

Т.е. для выполнения условий (144) и (146) тела 1 и 2 в рассматриваемые моменты времени должны находиться на линии, параллельной оси $\mathbf{O_2y_2}$ ($\mathbf{O_1y_1}$).

Также в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ при выполнении условия (144) представляет интерес положение тел 1 и 2, когда:

$$t_{21} = 0 \qquad (148)$$

Значение времени $\boldsymbol{t_{22}}$ при выполнении условий (144) и (148) обозначим $\boldsymbol{t_{22\text{т}}}$, для которого уравнение (145) примет вид:

$$t_{22\text{т}} = \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22\text{т}})] \cdot \frac{R}{V} \qquad (149)$$

или:

$$\omega \cdot t_{22\text{т}} = \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22\text{т}})] \cdot \frac{v}{V} \qquad (150)$$

Как видно из уравнения (150), значение времени $\boldsymbol{t_{22\text{т}}}$ в зависимости от значения коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ может быть:

- $\boldsymbol{t_{22\text{т}}} > 0$ при $\boldsymbol{\beta > 1}$; (151)
- $\boldsymbol{t_{22\text{т}}} < 0$ при $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$; (152)
- $\boldsymbol{t_{22\text{т}}} = 0$ при $\boldsymbol{\beta = 1}$. (153)

Теперь можем приступить к проверке выполнения закона сохранения импульса.

Рассмотрим два момента времени в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$.

4.2. Момент времени $t_{1\text{р}}$

Согласно условиям (144) и (146) для тел 1 и 2, моменту времени $\boldsymbol{t_{1\text{р}}}$ (когда тела 1 и 2 находятся на линии параллельной оси $\mathbf{O_1y_1}$) в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ будет соответствовать момент времени $\boldsymbol{t_{2\text{р}}}$ в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$.

Как показано на рис. 15, согласно уравнениям (147), (130)÷(133) в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в момент времени $\boldsymbol{t_{2\text{р}}}$ тела 1 и 2 соответственно имеют следующие значения проекций $\boldsymbol{\upsilon_{21x\text{р}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{21y\text{р}}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{22x\text{р}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{22y\text{р}}}$ скоростей своего движения на оси $\mathbf{O_2x_2}$ и $\mathbf{O_2y_2}$:

$$v_{21x\text{р}} = -v \qquad (154)$$

$$v_{21y\text{р}} = 0 \qquad (155)$$

$$v_{22x\text{р}} = v \qquad (156)$$

$$v_{22y\text{р}} = 0 \qquad (157)$$

Тогда, исходя из формул (40), (42) и равенств (154)÷(157), в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ в момент времени $\boldsymbol{t_{1\text{р}}}$ тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций $\boldsymbol{\upsilon_{11x\text{р}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{11y\text{р}}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{12x\text{р}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{12y\text{р}}}$ скоростей своего движения на оси $\mathbf{O_1x_1}$ и $\mathbf{O_1y_1}$:

$$v_{11\text{xp}} = \frac{V - v}{1 - \frac{(\beta^2 - 1) \cdot v}{\beta^2 \cdot V}} \qquad (158)$$

$$v_{11\text{yp}} = 0 \qquad (159)$$

$$v_{12\text{xp}} = \frac{V + v}{\frac{(\beta^2 - 1) \cdot v}{\beta^2 \cdot V} + 1} \qquad (160)$$

$$v_{12\text{yp}} = 0 \qquad (161)$$

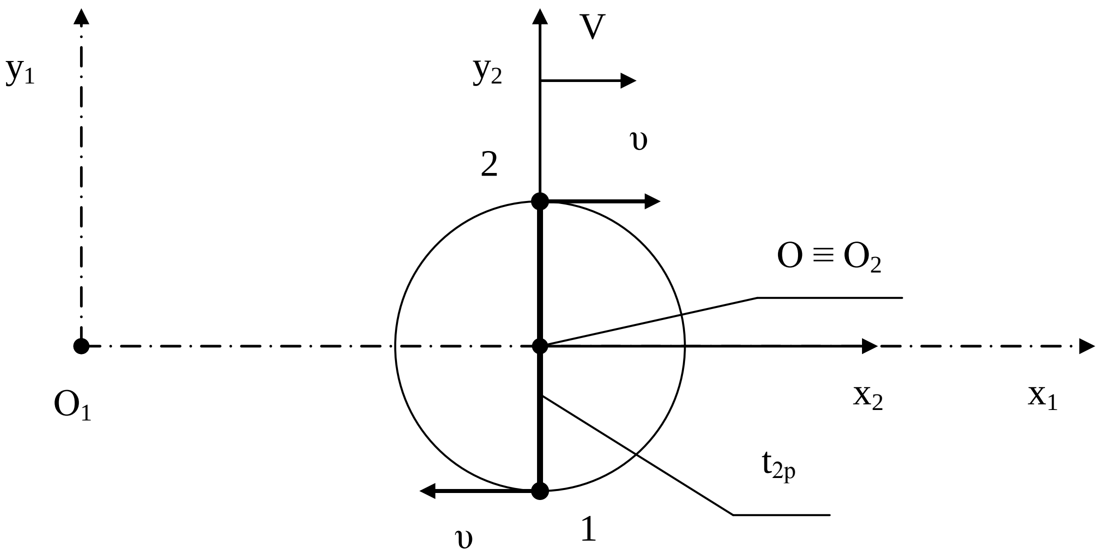

Рис. 15

4.3. Момент времени $t_{1т}$

Согласно условиям (144) и (148) моменту времени $t_{1т}$ в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ будет соответствовать в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ момент времени $t_{21} = 0$ для тела 1 (когда тело 1 будет находиться на оси $\mathbf{O_2x_2}$) и момент времени $t_{22т}$ для тела 2 (согласно условиям (151) и (152) при величине коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta \neq 1}$ тело 2 не может находиться на оси $\mathbf{O_2x_2}$).

Как показано на рис. 16, в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ в момент времени $t_{21} = 0$ тело 1 и в момент времени $t_{22т}$ тело 2 соответственно имеют следующие значения проекций $\upsilon_{21xт}$, $\upsilon_{21yт}$ и $\upsilon_{22xт}$, $\upsilon_{22yт}$ скоростей своего движения на оси $\mathbf{O_2x_2}$ и $\mathbf{O_2y_2}$, причем:

$$v_{21\text{хт}} = 0 \tag{162}$$

$$v_{21\text{ут}} = -\,v \tag{163}$$

Тогда, исходя из формул (40), (42) и равенств (162), (163) в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ в момент времени $\boldsymbol{t_{1\text{т}}}$ тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь значения проекций $\boldsymbol{\upsilon_{11\text{хт}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{11\text{ут}}}$ и $\boldsymbol{\upsilon_{12\text{хт}}}$, $\boldsymbol{\upsilon_{12\text{ут}}}$ скоростей своего движения на оси $\mathbf{O_1x_1}$ и $\mathbf{O_1y_1}$, причем :

$$v_{11\text{хт}} = \text{V} \tag{164}$$

$$v_{11\text{ут}} = -\,\frac{v}{\beta} \tag{165}$$

$$v_{12\text{хт}} = \frac{\text{V} + v_{22\text{хт}}}{\dfrac{(\beta^2 - 1)\cdot v_{22\text{хт}}}{\beta^2\cdot \text{V}} + 1} \tag{166}$$

$$v_{12\text{ут}} = \frac{v_{22\text{ут}}}{\dfrac{(\beta^2 - 1)\cdot v_{22\text{хт}}}{\beta\cdot \text{V}} + \beta} \tag{167}$$

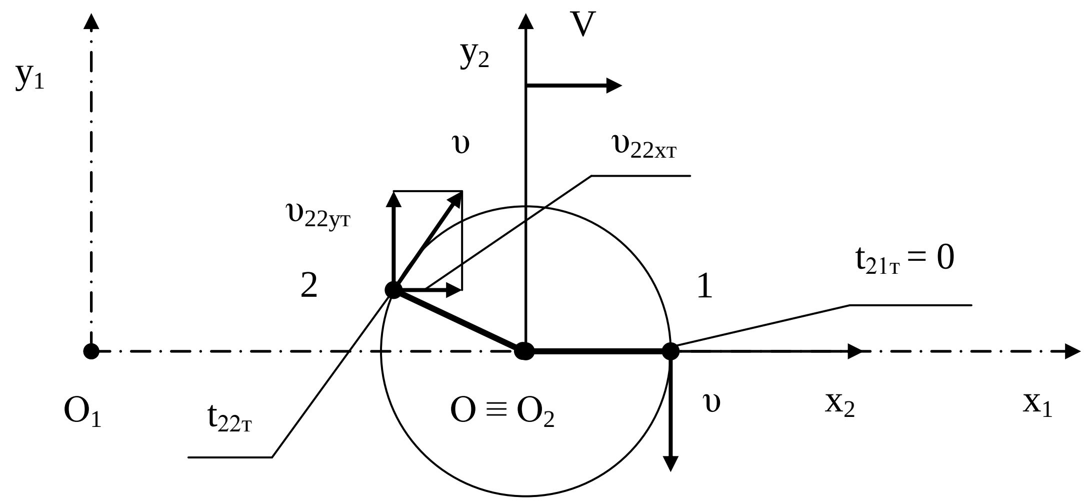

Рис. 16

Учитывая условие (151), что при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta > 1}$ время $\boldsymbol{t_{22\text{т}}} > 0$, можно отметить, что при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta > 1}$ проекция скорости $\boldsymbol{\upsilon_{22\text{ут}}}$ будет направлена по направлению оси $\mathbf{O_2y_2}$.

Также, исходя из условия (152), утверждающего, что при коэффициенте перехода $\mathbf{0 < \beta < 1}$ время $\boldsymbol{t_{22\text{т}}} < 0$, можно отметить, что при коэффициенте перехода $\mathbf{0 < \beta < 1}$ проекция скорости $\boldsymbol{\upsilon_{22\text{ут}}}$ будет иметь направление, противоположное направлению оси $\mathbf{O_2y_2}$.

Из уравнений (132) и (133) можно получить:

$$v_{22\text{хт}}{}^2 + v_{22\text{хт}}{}^2 = v^2 \quad (168)$$

4.4. Уравнение закона сохранения импульса для примера № 1

В неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ в момент времени $\boldsymbol{t_{1\text{р}}}$ тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь следующие значения проекций $\mathbf{P_{11xp}}$, $\mathbf{P_{11yp}}$ и $\mathbf{P_{12xp}}$, $\mathbf{P_{12yp}}$ импульсов на оси $\mathbf{O_1x_1}$ и $\mathbf{O_1y_1}$:

$$\mathrm{P}_{11\text{xp}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{v} = v_{11\text{xp}}\right) \cdot v_{11\text{xp}} \quad (169)$$

$$\mathrm{P}_{12\text{xp}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{v} = v_{12\text{xp}}\right) \cdot v_{12\text{xp}} \quad (170)$$

$$\mathrm{P}_{11\text{yp}} = 0 \quad (171)$$

$$\mathrm{P}_{12\text{yp}} = 0 \quad (172)$$

А в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ в момент времени $\boldsymbol{t_{1\text{т}}}$ тело 1 и тело 2 соответственно будут иметь значения проекций $\mathbf{P_{11x\text{т}}}$, $\mathbf{P_{11y\text{т}}}$ и $\mathbf{P_{12x\text{т}}}$, $\mathbf{P_{12y\text{т}}}$ импульсов на оси $\mathbf{O_1x_1}$ и $\mathbf{O_1y_1}$:

$$\mathrm{P}_{11\text{хт}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2}\right) \cdot v_{11\text{хт}} \quad (173)$$

$$\mathrm{P}_{12\text{хт}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2}\right) \cdot v_{12\text{хт}} \quad (174)$$

$$\mathrm{P}_{11\text{ут}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2}\right) \cdot v_{11\text{ут}} \quad (175)$$

$$\mathrm{P}_{12\text{ут}} = \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2}\right) \cdot v_{12\text{ут}} \quad (176)$$

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени $\mathbf{t_{1\text{р}}}$ и $\mathbf{t_{1\text{т}}}$ следующие уравнения:

$$\mathrm{P}_{11\text{xp}} + \mathrm{P}_{12\text{xp}} = \mathrm{P}_{11\text{хт}} + \mathrm{P}_{12\text{хт}}$$

или

$$\left\{\mathrm{M}\left(\mathrm{V} = v_{11\text{xp}}\right) \cdot v_{11\text{xp}}\right\} + \left\{\mathrm{M}\left(\mathrm{V} = v_{12\text{xp}}\right) \cdot v_{12\text{xp}}\right\} =$$

$$= \left\{ \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2} \right) \cdot v_{11\text{хт}} \right\} +$$

$$+ \left\{ \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2} \right) \cdot v_{12\text{хт}} \right\} \qquad (177)$$

$$\mathrm{P}_{11\text{ур}} + \mathrm{P}_{12\text{ур}} = \mathrm{P}_{11\text{ут}} + \mathrm{P}_{12\text{ут}}$$

или

$$0 = \left\{ \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2} \right) \cdot v_{11\text{ут}} \right\} +$$

$$+ \left\{ \mathrm{M}\left(\mathrm{V} = \sqrt{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2} \right) \cdot v_{12\text{ут}} \right\} \qquad (178)$$

4.4.1. Определение условий выполнения закона сохранения импульса для примера № 1 при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta \geq 1}$

В случае, если коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta \geq 1}$, то значения коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ и массы **M(v)** движущегося со скоростью **v** тела определяются:

$$\beta_{>}^2 = \frac{1}{1 - \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}_1^2}} \qquad (69)$$

$$\mathrm{M(v)}_{>} = \frac{\mathrm{M}_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (103)$$

Тогда с учетом формулы (103) уравнения (177) и (178) примут вид:

$$\frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{11\text{хр}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11\text{хр}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} + \frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{12\text{хр}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12\text{хр}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} = \frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{11\text{хт}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} + \frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{12\text{хт}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (179)$$

$$0 = \frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{11\text{ут}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{11\text{хт}}^2 + v_{11\text{ут}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} + \frac{\mathrm{M}_0 \cdot v_{12\text{ут}}}{\sqrt{1 - \frac{v_{12\text{хт}}^2 + v_{12\text{ут}}^2}{\mathrm{C}_1^2}}} \qquad (180)$$

Формулы (158)÷(161) и (164)÷(167) с учетом формулы (69) можно записать:

$$v_{11\text{хр}} = \frac{\text{V} - v}{1 - \frac{\text{V} \cdot v}{\text{C}_1^2}} \qquad (181)$$

$$v_{12\text{хр}} = \frac{\text{V} + v}{1 + \frac{\text{V} \cdot v}{\text{C}_1^2}} \qquad (182)$$

$$v_{11\text{хт}} = \text{V} \qquad (164)$$

$$v_{11\text{ут}} = -\left(v \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}\right) \qquad (183)$$

$$v_{12\text{хт}} = \frac{\text{V} + v_{22\text{хт}}}{1 + \frac{\text{V} \cdot v_{22\text{хт}}}{\text{C}_1^2}} \qquad (184)$$

$$v_{12\text{ут}} = \frac{v_{22\text{ут}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}}{1 + \frac{\text{V} \cdot v_{22\text{хт}}}{\text{C}_1^2}} \qquad (185)$$

Вставив проекции скоростей $\boldsymbol{v}_{\mathbf{11xp}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathbf{12xp}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathbf{11xт}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathbf{11yт}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathbf{12xт}}$ и $\boldsymbol{v}_{\mathbf{12yт}}$ из формул (164), (181)÷(185) в уравнения (179) и (180) и используя формулу (168), получим:

$$\frac{\text{M}_0 \cdot (\text{V} - v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}} + \frac{\text{M}_0 \cdot (\text{V} + v)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}} =$$

$$= \frac{\text{M}_0 \cdot \text{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}} + \frac{\text{M}_0 \cdot (\text{V} + v_{22\text{хт}})}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\text{V}^2}{\text{C}_1^2}}} \qquad (186)$$

$$0 = -\frac{\text{M}_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}}} + \frac{\text{M}_0 \cdot v_{22\text{ут}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{\text{C}_1^2}}} \qquad (187)$$

или:

$$\text{V} - v + \text{V} + v = \text{V} + \text{V} + v_{22\text{хт}}$$

$$0 = -v + v_{22y\text{т}}$$

Из уравнений (186) и (187) получаем необходимые условия (значения проекций скоростей $\boldsymbol{\upsilon}_{22x\text{т}}$ и $\boldsymbol{\upsilon}_{22y\text{т}}$), при которых в примере № 1 при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta} \geq \mathbf{1}$ будет выполняться закон сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

$$v_{22x\text{т}} = 0 \tag{188}$$

$$v_{22y\text{т}} = v \tag{189}$$

Из равенств (188) и (189) следует, что величины проекций скоростей $\boldsymbol{\upsilon}_{22x\text{т}}$ и $\boldsymbol{\upsilon}_{22y\text{т}}$ не зависят от величины скорости **V** (и, следовательно, не зависят от величины коэффициента перехода **β**).

Подставив условия (188) и (189) в уравнения (132) и (133), получим:

$$t_{22\text{т}} \ = \ t_{21\text{т}} \ = 0 \tag{190}$$

А подставив уравнение (190) в формулу (150):

$$\omega \cdot 0 \ = \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) \cdot \ [1 + \ 1] \ \cdot \frac{v}{\mathrm{V}} \tag{191}$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ для примера № 1:

$$\beta = 1 \tag{192}$$

Таким образом, можно сделать вывод, что в замкнутой механической системе тел, рассматриваемой в примере № 1, для значений коэффициента перехода **β>1** закон сохранения импульса не выполняется.

Подтвердим вышесказанное числовыми расчетами.

4.4.1.1. Цифровой расчет для примера № 1 при коэффициенте перехода β > 1

Предположим, что:

$\mathbf{V} / \mathbf{C_1} = 0{,}9$, $\boldsymbol{\upsilon} / \mathbf{C_1} = 0{,}6$.

Уравнение (150) с учетом формулы (69) можно записать в виде:

$$\omega \cdot t_{22\text{т}} = \frac{v \cdot \mathrm{V} \cdot [1 + \ \cos(\omega \cdot t_{22\text{т}})]}{\mathrm{C}_1^2} \tag{193}$$

Тогда получим:

$\boldsymbol{\omega \cdot t_{22т}}$ = 0,8828669738, проекции $\boldsymbol{\upsilon_{22xт} / C_1}$ = 0,4635374427 и $\boldsymbol{\upsilon_{22yт} / C_1}$ = 0,3809633042 скорости движения тела 2 в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$.

В неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

а) в момент времени $\boldsymbol{t_{1p}}$:

Момент времени	Объект	Величина	Значение величины
$\boldsymbol{t_{1p}}$	Тело 1	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{11xp} / (M_o \cdot C_1)}$	0,860309002
	Тело 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12xp} / (M_o \cdot C_1)}$	4,30154501
	Система тел 1 и 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12x\Sigma p} / (M_o \cdot C_1)}$	5,161854012
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\, y_1}$ $\mathbf{K_{12y\Sigma p} / (M_o \cdot C_1)}$	0

б) в момент времени $\mathbf{t_{1т}}$:

Момент времени	Объект	Величина	Значение величины
$\mathbf{t_{1т}}$	Тело 1	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{11xт} / (M_o \cdot C_1)}$	2,580927006
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\ y_1}$ $\mathbf{K_{11yт} / (M_o \cdot C_1)}$	– 0,75
	Тело 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12xт} / (M_o \cdot C_1)}$	3,9102117884
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\ y_1}$ $\mathbf{K_{12yт} / (M_o \cdot C_1)}$	0,4762041303
	Система тел 1 и 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12x\Sigma т} / (M_o \cdot C_1)}$	6,491138794
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\ y_1}$ $\mathbf{K_{12y\Sigma т} / (M_o \cdot C_1)}$	– 0,2737958696

Закон сохранения импульса не выполняется, т.к.: 5,161854012 # 6,491138794 и – 0,2737958696 # 0 .

4.4.2. Определение условий выполнения закона сохранения импульса для примера № 1 при коэффициенте перехода 0 < β ≤ 1

В случае, если коэффициент перехода $\mathbf{0 < \beta \leq 1}$, то значения коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$ и массы $\mathbf{M(v)}$ движущегося со скоростью $\mathbf{v}$ тела определяются:

$$\beta^2_< = \frac{1}{1 + \frac{V^2}{C_2^2}} \tag{86}$$

$$M(v)_< = \frac{M_0}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{C_2^2}}} \tag{106}$$

Тогда, с учетом формулы (106) уравнения (177) и (178) примут вид:

$$\frac{M_0 \cdot v_{11хр}}{\sqrt{1+\frac{v_{11хр}^2}{C_2^2}}}+\frac{M_0 \cdot v_{12хр}}{\sqrt{1+\frac{v_{12хр}^2}{C_2^2}}}=\frac{M_0 \cdot v_{11хт}}{\sqrt{1+\frac{v_{11хт}^2+v_{11ут}^2}{C_2^2}}}+\frac{M_0 \cdot v_{12хт}}{\sqrt{1+\frac{v_{12хт}^2+v_{12ут}^2}{C_2^2}}} \quad (194)$$

$$0=\frac{M_0 \cdot v_{11ут}}{\sqrt{1+\frac{v_{11хт}^2+v_{11ут}^2}{C_2^2}}}+\frac{M_0 \cdot v_{12ут}}{\sqrt{1+\frac{v_{12хт}^2+v_{12ут}^2}{C_2^2}}} \quad (195)$$

Формулы (158)÷(161) и (164)÷(167) с учетом формулы (86) можно записать:

$$v_{11хр}=\frac{V-v}{1+\frac{V \cdot v}{C_2^2}} \quad (196)$$

$$v_{12хр}=\frac{V+v}{1-\frac{V \cdot v}{C_2^2}} \quad (197)$$

$$v_{11хт}=V \quad (164)$$

$$v_{11ут}=-\left(v \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}\right) \quad (198)$$

$$v_{12хт}=\frac{V+v_{22хт}}{1-\frac{V \cdot v_{22хт}}{C_2^2}} \quad (199)$$

$$v_{12ут}=\frac{v_{22ут} \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}}{1-\frac{V \cdot v_{22хт}}{C_2^2}} \quad (200)$$

Вставив проекции скоростей $\mathbf{v_{11хр}}$, $\mathbf{v_{12хр}}$, $\mathbf{v_{11хт}}$, $\mathbf{v_{11ут}}$, $\mathbf{v_{12хт}}$ и $\mathbf{v_{12ут}}$ из формул (164), (196)÷(200) в уравнения (194) и (195) и используя формулу (168), получим:

$$\frac{M_0 \cdot (V-v)}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}} \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}}+\frac{M_0 \cdot (V+v)}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}} \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}}=$$

$$= \frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}} \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot (V + v_{22xт})}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}} \cdot \sqrt{1+\frac{V^2}{C_2^2}}} \qquad (201)$$

$$0 = -\frac{M_0 \cdot v}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}}} + \frac{M_0 \cdot v_{22yт}}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}}} \qquad (202)$$

или:

$$V - v + V + v = V + V + v_{22xт}$$

$$0 = -v + v_{22yт}$$

Из уравнений (201) и (202) получаем необходимые условия (значения $\boldsymbol{v}_{22xт}$ и $\boldsymbol{v}_{22yт}$), при которых в примере № 1 при коэффициенте перехода $\mathbf{0 < \beta \leq 1}$ будет выполняться закон сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

$$v_{22xт} = 0 \qquad (188)$$

$$v_{22yт} = v \qquad (189)$$

Из равенств (188) и (189) следует, что величины проекций скоростей $\boldsymbol{v}_{22xт}$ и $\boldsymbol{v}_{22yт}$ не зависят от величины скорости **V** (и, следовательно, не зависят от величины коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$).

Подставив условия (188) и (189) в уравнения (132) и (133), получим:

$$t_{22т} = t_{21т} = 0 \qquad (190)$$

А подставив уравнение (190) в формулу (150):

$$\omega \cdot 0 = \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) \cdot [1 + 1] \cdot \frac{v}{V} \qquad (191)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ для примера № 1:

$$\beta = 1 \qquad (192)$$

Таким образом, можно сделать вывод, что в замкнутой механической системе тел, рассматриваемой в примере № 1, для значений коэффициента перехода $\mathbf{0 < \beta < 1}$ закон сохранения импульса не выполняется.

Подтвердим вышесказанное числовыми расчетами.

4.4.2.1. Цифровой расчет для примера № 1 при коэффициенте перехода 0 < β < 1

Предположим, что $\mathbf{V} / \mathbf{C_2} = 0{,}9$, $\boldsymbol{\upsilon} / \mathbf{C_2} = 0{,}6$.

Уравнение (150) с учетом формулы (86) можно записать в виде:

$$\omega \cdot t_{22\text{т}} = -\frac{v \cdot \mathrm{V} \cdot [1 + \cos(\omega \cdot t_{22\text{т}})]}{\mathrm{C}_2^2} \tag{203}$$

Тогда получим:

$\boldsymbol{\omega \cdot t_{22\text{т}}} = -0{,}8828669738$, проекции $\boldsymbol{\upsilon_{22x\text{т}}} / \mathbf{C_2} = -0{,}4635374427$ и $\boldsymbol{\upsilon_{22y\text{т}}} / \mathbf{C_2} = 0{,}3809633042$ скорости движения тела 2 в подвижной системе отсчета $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$.

В неподвижной инерциальной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

а) в момент времени $\boldsymbol{t_{1\text{р}}}$:

Момент времени	Объект	Величина	Значение величины
$\boldsymbol{t_{1\text{р}}}$	Тело 1	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{К_{11x\text{р}} / (M_о \cdot v_{xкр2})}$	0,1912108416
	Тело 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{К_{12x\text{р}} / (M_о \cdot v_{xкр2})}$	0,9560542082
	Система тел 1 и 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{К_{12x\Sigma\text{р}} / (M_о \cdot v_{xкр2})}$	1,1472650498
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\,y_1}$ $\mathbf{К_{12y\Sigma\text{р}} / (M_о \cdot v_{xкр2})}$	0

б) в момент времени $\mathbf{t_{1т}}$:

Момент времени	Объект	Величина	Значение величины
$\mathbf{t_{1т}}$	Тело 1	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{11хт} / (M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	0,5736325249
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\,y_1}$ $\mathbf{K_{11ут} / (M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	– 0,5144957554
	Тело 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12хт} / (M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	0,2781879097
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\,y_1}$ $\mathbf{K_{12ут} / (M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	0,3266733383
	Система тел 1 и 2	проекция импульса на ось $\mathbf{O_1x_1}$ $\mathbf{K_{12х\Sigma т} /(M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	0,8518204346
		проекция импульса на ось $\mathbf{O_1\,y_1}$ $\mathbf{K_{12у\Sigma т} / (M_o{\cdot}v_{хкр2})}$	– 0,187822417

Закон сохранения импульса не выполняется, т.к.: 1,1472650498 # 0,8518204346 и – 0,187822417 # 0 .

4.5. Выводы

В результате рассмотрения примера № 1 было получено, что при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазонах $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\mathbf{0 < \boldsymbol{\beta} < 1}$, в неподвижной системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$:

импульс замкнутой механической системы тел 1 и 2 (и нити 3) в момент времени, когда тела 1 и 2 находятся на линии, параллельной оси $\mathbf{O_1y_1}$, не равен импульсу этой системы тел 1 и 2 (и нити 3) в любой другой момент времени, когда тела 1 и 2 не находятся на линии, параллельной оси $\mathbf{O_1y_1}$, **т.е. в неподвижной (инерциальной) системе отсчета $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ замкнутая механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) будет иметь**

меняющийся во времени импульс, что является нарушением закона сохранения импульса замкнутой механической системы тел.

Изменение во времени значений импульса замкнутой механической системы тел 1 и 2 (и нити 3) в примере № 1 свидетельствует о том, что при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазонах $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$, имеет место невыполнение закона сохранения импульса.

Исходя из того, что закон сохранения импульса замкнутой механической системы связан с симметрией пространства и времени (с однородностью пространства), можно отметить, что при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазонах $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$, нарушается условие симметрии пространства и времени (исходное условие, принятое при создании специальной теории относительности).

Т.е., если закон сохранения импульса замкнутой механической системы верен, то в случае симметрии пространства и времени связь между координатами и временем в инерциальных системах отсчета не может быть записана с помощью специальной теории относительности при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазонах $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$.

Как показано при рассмотрении примера № 1, закон сохранения импульса замкнутой механической системы, а, следовательно, и условие симметрии пространства и времени выполняются только при коэффициенте перехода $\boldsymbol{\beta = 1}$, т.е. когда коэффициент перехода $\boldsymbol{\beta}$ не является функцией скорости **V** движения инерциальной системы отсчета.

В случае $\boldsymbol{\beta = 1}$ постоянные величины $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$ будут равны:

$$C_1 = \pm \infty \tag{204}$$

$$C_2 = \pm \infty \tag{205}$$

5. Заключение

В заключение можно обобщить выше написанное:

1. При использовании принципа относительности и симметрии пространства и времени было получено, что связь между инерциальными системами отсчета - неподвижной $\mathbf{O_1x_1y_1z_1}$ и подвижной $\mathbf{O_2x_2y_2z_2}$ может выглядеть как:

$$x_{1>} = \frac{x_{2>} + (V \cdot t_{2>})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}} \tag{70}$$

$$x_{2>} = \frac{x_{1>} - (V \cdot t_{1>})}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C_1^2}}} \tag{71}$$

$$y_1 = y_2 \tag{36}$$

$$z_1 = z_2 \tag{37}$$

так и:

$$x_{1<} = \frac{x_{2<} + (V \cdot t_{2<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \tag{87}$$

$$x_{2<} = \frac{x_{1<} - (V \cdot t_{1<})}{\sqrt{1 + \frac{V^2}{C_2^2}}} \tag{88}$$

$$y_1 = y_2 \tag{36}$$

$$z_1 = z_2 \tag{37}$$

где: $\mathbf{C_1}$ и $\mathbf{C_2}$ – действительные постоянные величины.

2. Зависимость массы $\mathbf{M}(\mathbf{v})$, импульса $\mathbf{P}(\mathbf{v})$ и кинетической энергии $\mathbf{E}_к(\mathbf{v})$ тела от скорости v его движения может быть как:

$$M(v)_> = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C_1^2}}} \tag{103}$$

$$P(v)_{>} \;=\; \frac{M_0 \cdot v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C_1^2}}} \qquad (104)$$

$$E_к(v)_{>} \;=\; M_0 \cdot C_1^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C_1^2}}} \;-\; 1 \right) \qquad (105)$$

так и:

$$M(v)_{<} \;=\; \frac{M_0}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}}} \qquad (106)$$

$$P(v)_{<} \;=\; \frac{M_0 \cdot v}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}}} \qquad (107)$$

$$E_к(v)_{<} \;=\; M_0 \cdot C_2^2 \cdot \left(1 \;-\; \frac{1}{\sqrt{1+\frac{v^2}{C_2^2}}} \right) \qquad (108)$$

3. На отдельном примере (пример № 1), в котором рассматривалась замкнутая механическая система тел, находящихся в непрерывном взаимодействии, было показано, что при значениях коэффициента перехода $\boldsymbol{\beta}$, находящихся в диапазонах $\boldsymbol{\beta > 1}$ и $\boldsymbol{0 < \beta < 1}$, может иметь место нарушение закона сохранения импульса, т.е., при использовании специальной теории относительности в инерциальной системе отсчета импульс замкнутой механической системы может быть переменной во времени величиной.

При рассмотрении примера № 1 было получено, что закон сохранения импульса замкнутой механической системы, а, следовательно, и условие симметрии пространства и времени может выполняться только при коэффициенте перехода **β = 1**.

На примере № 1 было отмечено, что специальная теория относительности может вступить в противоречие с законом сохранения импульса замкнутой механической системы.

P.S.: Основные идеи изложены в статье "Специальная теория относительности без постулата о постоянстве скорости света", напечатанной в журнале "Актуальные проблемы современной науки" (ISSN 1680-2721) № 1 (34) за 2007 год и размещенной на сайтах "Новые идеи и гипотезы" http://new-idea.kulichki.net/?mode=physics и "Математическая физика. Теория относительности" http://www.matphysics.ru/ .

Автор В.Н. Кочетков