Специальная теория относительности: условия выполнения законов сохранения импульса и энергии

Кочетков Виктор Николаевич

главный специалист ФГУП «Центр эксплуатации объектов наземной космической инфраструктуры» (ФГУП «ЦЭНКИ»)

vnkochetkov@gmail.com
vnkochetkov@rambler.ru
http://www.matphysics.ru

В статье делается попытка показать, что использование законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы может позволить теоретически проверить справедливость специальной теории относительности.

PACS number: **03.30.+p**

Содержание

1. Введение

Как показано в [1] на примере замкнутой механической системы тел, взаимодействие которых носит постоянный характер, применение специальной теории относительности может привести к тому, что в инерциальной системе отсчета импульс и энергия замкнутой механической системы станут переменными по времени величинами.

С целью определения условий, при которых при использовании специальной теории относительности будут выполняться законы сохранения импульса и энергии, предлагается:

- рассмотреть замкнутую механическую систему тел, взаимодействие которых будет носить постоянный характер;

- выбрать две инерциальные системы отсчета подвижную и неподвижную относительно центра масс этой замкнутой системы тел;

- выбрать два момента времени в подвижной системе отсчета;

- с помощью преобразования Лоренца и преобразования скоростей определить координаты положение тел этой замкнутой системы и их скорости в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета;

- определить значения импульсов и кинетических энергии тел в выбранные моменты времени в подвижной системе отсчета, используя зависимости импульса и кинетической энергии тела от скорости;

- записать законы сохранения импульса и энергии для этой замкнутой системы тел для двух выбранных моментов времени в подвижной системе отсчета и определить условия их выполнения.

2. Описание замкнутой механической системы тел

Для рассмотрения возьмем простейшую замкнутую механическую систему тел, испытывающих постоянное взаимодействие.

Предположим, что имеется замкнутая механическая система тел, показанная на рис.1 и состоящая из точечных тел 1 и 2, имеющих равные массы $M_о$ в состоянии покоя, и нити 3.

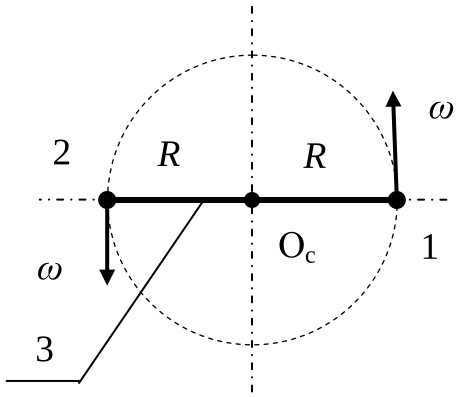

Рис.1

Тела 1 и 2 соединены нитью 3, массой которой из-за ее малости можно пренебречь.

Тела 1 и 2 (и нить 3) вращаются с угловой скоростью ω вокруг общего центра масс - точки $О_с$.

Расстояние от точечного тела 1 (тела 2) до точки $О_с$ равно R.

Поместим рассматриваемую замкнутую механическую систему тел 1 и 2 с нитью 3 в инерциальную систему отсчета Оxyz таким образом, чтобы точка $О_с$ была бы неподвижна в этой системе отсчета и совпадала с началом координат О, а вращение тел 1 и 2 вокруг нее происходило бы против часовой стрелке в плоскости Оxy, как показано на рис.2.

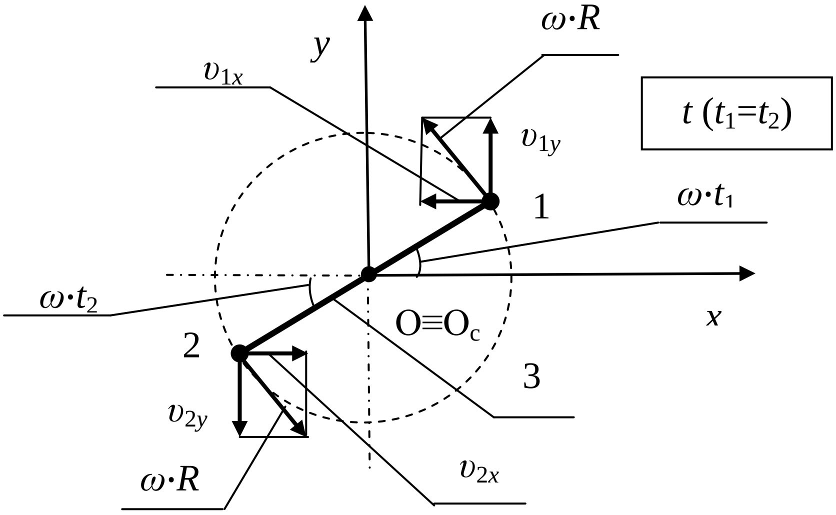

Рис.2

Также допустим, что в момент начала отсчета времени (t=0) в системе отсчета Oxyz тела 1 и 2 находились на оси Ox , причем тело 1 имело положительную координату, а тело 2 – отрицательную.

В системе отсчета Oxyz:

- тело 1 имеет координаты x_1 и y_1 и проекции υ_{1x} и υ_{1y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_1 :

$$x_1 = R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \tag{1}$$

$$y_1 = R \cdot \sin(\omega \cdot t_1) \tag{2}$$

$$v_{1x} = -[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] \tag{3}$$

$$v_{1y} = [\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)] \tag{4}$$

- тело 2 имеет координаты x_2 и y_2 и проекции υ_{2x} и υ_{2y} скорости на оси Ox и Oy соответственно в зависимости от момента времени t, равного t_2 :

$$x_2 = -[R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \tag{5}$$

$$y_2 = -[R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] \tag{6}$$

$$v_{2x} = \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2) \tag{7}$$

$$v_{2y} = -[\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)] \tag{8}$$

Введем еще одну инерциальную системы отсчета O'x'y'z', показанную на рис.3.

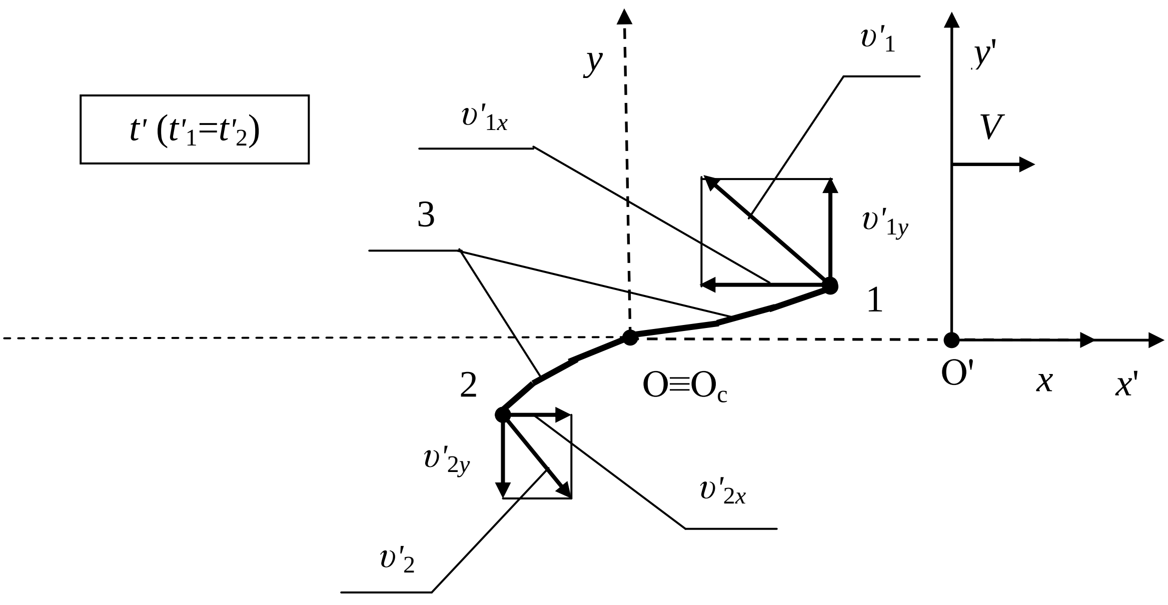

Рис.3

Допустим, что у инерциальных систем отсчета Oxyz и O'x'y'z' :

- сходные оси декартовых координат попарно параллельны и одинаково направлены;

- система O'x'y'z' движется относительно системы Oxyz с постоянной скоростью V вдоль оси Ox;

- в качестве начала отсчета времени (t=0 и t'=0) в обеих системах выбран тот момент, когда начала координат O и O' этих систем совпадали.

Опираясь на преобразования Лоренца и преобразования скоростей [2] можно записать:

- связь между координатами x'_1 и y'_1 тела 1 в момент времени t', равный t'_1 , в системе отсчета O'x'y'z' и координатами x_1 и y_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$x'_1 = \frac{x_1 - (V \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \tag{9}$$

$$y'_1 = y_1 \tag{10}$$

где: c – постоянная величина в преобразованиях Лоренца (согласно предположению c равна скорости света в вакууме),

- связь между моментом времени t'_1 (события с телом 1) в системе отсчета O'x'y'z' и моментом времени t_1 (того же события с телом 1) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{V \cdot x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_1 - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \tag{11}$$

- связь между проекциями v'_{x1} и v'_{y1} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_1 тела 1 в момент времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z' и проекциями v_{x1} и v_{y1} на оси Ox и Oy скорости движения v_1 тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, соответствующий моменту времени t'_1 в системе отсчета O'x'y'z':

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = -\frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (12)$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x1}}{c^2}} = \frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}} \quad (13)$$

причем:

$$v'^2_1 = v'^2_{x1} + v'^2_{y1} =$$
$$= \frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (14)$$

- связь между координатами x'_2 и y'_2 тела 2 в момент времени t', равный t'_2 , в системе отсчета O'$x'y'$z' и координатами x_2 и y_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$x'_2 = \frac{x_2 - (V \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (15)$$

$$y'_2 = y_2 \quad (16)$$

- связь между моментом времени t'_2 (события с телом 2) в системе отсчета O'$x'y'$z' и моментом времени t_2 (того же события с телом 2) в системе отсчета Oxyz, соответствующим моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{V \cdot x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (17)$$

- связь между проекциями v'_{x2} и v'_{y2} на оси O'x' и O'y' скорости движения v'_2 тела 2 в момент времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z' и проекциями v_{x2} и v_{y2} на оси Ox и Oy скорости движения v_2 тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, соответствующий моменту времени t'_2 в системе отсчета O'$x'y'$z':

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = \frac{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (18)$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2}}{c^2}} = -\frac{\omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2) \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}} \quad (19)$$

причем:

$$v'^{\,2}_2 = v'^{\,2}_{x2} + v'^{\,2}_{y2} =$$

$$= \frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]}{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2} \cdot c^2 \quad (20)$$

3. Получение уравнений импульса и кинетической энергии системы

Зная зависимости импульса и кинетической энергии движущегося тела от его скорости движения [2] и используя формулы (12)-(14) и (18-20), можем записать следующие формулы:

- формулы для импульса P'_1 тела 1 и его проекций P'_{x1} и P'_{y1} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета Oxyz :

$$P'_{x1} = \frac{v'_{x1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^{\,2}_1}{c^2}}} = -\frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)] + V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (21)$$

$$P'_{y1} = \frac{v'_{y1} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^{\,2}_1}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (22)$$

$$P'^{\,2}_1 = \left(\frac{v'_1 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^{\,2}_1}{c^2}}}\right)^2 = M_0^{\,2} \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1\right] \quad (23)$$

- формулы для кинетической энергии E'_1 тела 1 в системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_1 , соответствующий моменту времени t_1 в системе отсчета Oxyz :

$$E'_1 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_1}^2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_1)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (24)$$

- формулы для импульса P'_2 тела 2 и его проекций P'_{x2} и P'_{y2} на оси O'x' и O'y' в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_2 , соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета Oxyz :

$$P'_{x2} = \frac{v'_{x2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)] - V\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (25)$$

$$P'_{y2} = \frac{v'_{y2} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} = - \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (26)$$

$${P'_2}^2 = \left(\frac{v'_2 \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} \right)^2 = {M_0}^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - \right] 1 \qquad (27)$$

- формулы для кинетической энергии E'_2 тела 2 в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_2, соответствующий моменту времени t_2 в системе отсчета Oxyz :

$$E'_2 = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_2}^2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R \cdot \sin(\omega \cdot t_2)}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (28)$$

Для определения величин импульса и кинетической энергии системы тел 1 и 2 (и нити 3) в системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'

необходимо, чтобы моменты времени t'_1 и t'_2 (формулы (11) и (17)) были равны между собой и равны t', т.е.:

$$t' = t'_1 = t'_2 = \frac{t_1 - \dfrac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 + \dfrac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_2)}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \qquad (29)$$

Учитывая, что система отсчета O'x'y'z' является инерциальной, можно записать следующие формулы для кинетической энергии E' и проекций P'_x и P'_y на оси O'x' и O'y' импульса P' замкнутой механической системы, состоящей из тел 1 и 2 (и нити 3), для момента времени t' в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_x = P'_{x1} + P'_{x2} \qquad (30)$$

$$P'_y = P'_{y1} + P'_{y2} \qquad (31)$$

$$P'^2 = P'^2_x + P'^2_y \qquad (32)$$

$$E' = E'_1 + E'_2 \qquad (33)$$

4. Момент времени $t'_\text{р}$

В инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в качестве первого момента времени можно выбрать момент времени t', равный $t'_\text{р}$.

Допустим, что положению тела 1 в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_1, равный $t'_\text{р}$, будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, равный $t_{1\text{р}}$:

$$t_{1\text{р}} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \qquad (34)$$

Тогда положению тела 2 в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_2, равный $t'_\text{р}$, будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, равный $t_{2\text{р}}$.

Величину момента времени $t_{2\text{р}}$ можно определить из уравнения (29):

$$t_{1\text{р}} - \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{1\text{р}})}{c^2} = t_{2\text{р}} + \frac{V \cdot R \cdot \cos(\omega \cdot t_{2\text{р}})}{c^2} \qquad (35)$$

С учетом уравнения (34) формула (35) примет вид:

$$\frac{c^2 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \left(\omega \cdot t_{2\text{р}}\right)\right]}{V \cdot R \cdot \omega} = \cos\left(\omega \cdot t_{2\text{р}}\right) \qquad (36)$$

Используя графический метод решения уравнений [3], можно получить, что в уравнении (36) момент времени $t_{2\text{р}}$ равен:

$$t_{2\text{р}} = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \qquad (37)$$

Т.е., исходя из формул (34) и (37) в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в момент времени $t'_{\text{р}}$ тела 1 и 2 будут находиться на линии, параллельной оси O'y' .

Используя формулы (34), (37), (12)-(14) и (18)-(20) можно записать значения проекций $v'_{x1\text{р}}$ и $v'_{y1\text{р}}$ скорости движения $v'_{1\text{р}}$ тела 1 и проекций $v'_{x2\text{р}}$ и $v'_{y2\text{р}}$ скорости движения $v'_{2\text{р}}$ тела 2 в момент времени $t'_{\text{р}}$ в системе отсчета O'x'y'z':

$$v'_{x1\text{р}} = -\frac{V + (\omega \cdot R)}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \qquad (38)$$

$$v'_{y1\text{р}} = 0 \qquad (39)$$

$$v'^{\,2}_{1\text{р}} = \left[\frac{V + (\omega \cdot R)}{1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}}\right]^2 \qquad (40)$$

$$v'_{x2\text{р}} = \frac{\omega \cdot R - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}} \qquad (41)$$

$$v'_{y2\text{р}} = 0 \qquad (42)$$

$$v'^{\,2}_{2\text{р}} = \left[\frac{\omega \cdot R - V}{1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}}\right]^2 \qquad (43)$$

Вставив формулы (34), (37) в уравнения (21)-(23) и (25)-(27) получим значения проекций $P'_{x1\text{р}}$ и $P'_{y1\text{р}}$ импульса $P'_{1\text{р}}$ тела 1 и проекций $P'_{x2\text{р}}$ и $P'_{y2\text{р}}$ импульса $P'_{2\text{р}}$ тела 2 в момент времени $t'_{\text{р}}$ в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_{x1\text{р}} = -\frac{M_0 \cdot \{V + [\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (44)$$

$$P'_{y1\text{p}} = 0 \qquad (45)$$

$$P'^{\,2}_{1\text{p}} = M_0^{\,2} \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \qquad (46)$$

$$P'_{x2\text{p}} = \frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R] - V\}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (47)$$

$$P'_{y2\text{p}} = 0 \qquad (48)$$

$$P'^{\,2}_{2\text{p}} = M_0^{\,2} \cdot c^2 \cdot \left[\frac{\left\{1 - \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right\}^2}{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1 \right] \qquad (49)$$

А вставив формулы (34), (37) в уравнения (24) и (28) можно получить значения кинетической энергии $E'_{1\text{p}}$ тела 1 и кинетической энергии $E'_{2\text{p}}$ тела 2 в момент времени t'_p в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$E'_{1\text{p}} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (50)$$

$$E'_{2\text{p}} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (51)$$

5. Момент времени t'_h

В инерциальной системе отсчета O'$x'y'z'$ в качестве второго момента времени можно выбрать момент времени t', равный t'_h.

Допустим, что положению тела 1 в инерциальной системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_1, равный t'_h , будет соответствовать положение тела 1 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_1, равный $t_{1\text{h}}$:

$$t_{1\text{h}} = 0 \qquad (52)$$

Тогда положению тела 2 в инерциальной системе отсчета O'$x'y'z'$ в момент времени t'_2, равный t'_h , будет соответствовать положение тела 2 в системе отсчета Oxyz в момент времени t_2, равный $t_{2\text{h}}$.

Величину момента времени $t_{2\text{h}}$ можно определить из уравнения (29):

$$\frac{c^2 \cdot \omega \cdot t_{2\mathrm{h}}}{V \cdot R \cdot \omega} = -1 - \cos(\omega \cdot t_{2\mathrm{h}}) \qquad (53)$$

Как видно из уравнения (53), значение момента времени $t_{2\mathrm{h}}$ должно быть меньше 0.

Т.е., исходя из формул (52) и (53) в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в момент времени t'_{h} тело 1 будут находиться на оси O'x', а тело 2 на оси O'x' находиться не может.

Используя формулы (52) и (12)-(14) можно получить значения проекций $v'_{x1\mathrm{h}}$ и $v'_{y1\mathrm{h}}$ скорости движения $v'_{1\mathrm{h}}$ тела 1 в момент времени t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z':

$$v'_{x1\mathrm{h}} = -V \qquad (54)$$

$$v'_{y1\mathrm{h}} = \omega \cdot R \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (55)$$

$${v'_{1\mathrm{h}}}^2 = \left\{1 - \left[\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)\right]\right\} \cdot c^2 \qquad (56)$$

Вставив формулу (52) в уравнения (21)-(23) можно записать значения проекций $P'_{x1\mathrm{h}}$ и $P'_{y1\mathrm{h}}$ импульса $P'_{1\mathrm{h}}$ тела 1 в момент времени t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_{x1\mathrm{h}} = -\frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (57)$$

$$P'_{y1\mathrm{h}} = \frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (58)$$

$${P'_{1\mathrm{h}}}^2 = {M_0}^2 \cdot c^2 \cdot \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} - 1\right] \qquad (59)$$

Вставив формулу (52) в уравнение (24) получим значение кинетической энергии $E'_{1\mathrm{h}}$ тела 1 в момент времени t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z':

$$E'_{1\text{h}} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} \qquad (60)$$

Предположим, что тело 2 в момент времени $t_{2\text{h}}$ в системе отсчета Oxyz имеет проекции $v_{x2\text{h}}$ и $v_{y2\text{h}}$ скорости движения $v_{2\text{h}}$, причем как следует из формул (7) и (8):

$$v_{2\text{h}}{}^2 = v_{2x\text{h}}{}^2 + v_{2y\text{h}}{}^2 = \omega^2 \cdot R^2 \qquad (61)$$

Тогда, исходя из формул (18)-(20), значения проекций $v'_{x2\text{h}}$ и $v'_{y2\text{h}}$ скорости движения $v'_{2\text{h}}$ тела 2 в момент времени t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z' будут определяться как:

$$v'_{x2\text{h}} = \frac{v_{x2\text{h}} - V}{1 - \frac{V \cdot v_{x2\text{h}}}{c^2}} \qquad (62)$$

$$v'_{y2\text{h}} = \frac{v_{y2\text{h}} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot v_{x2\text{h}}}{c^2}} \qquad (63)$$

$$v'_{2\text{h}}{}^2 = v'_{x2\text{h}}{}^2 + v'_{y2\text{h}}{}^2 = \frac{(v_{x2\text{h}} - V)^2 + \left[v_{y2\text{h}}{}^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\right]}{\left(1 - \frac{V \cdot v_{x2\text{h}}}{c^2}\right)^2} \qquad (64)$$

Вставив формулы (62)-(64) в уравнения (25)-(27) с учетом формулы (61) можно получить значения проекций $P'_{x2\text{h}}$ и $P'_{y2\text{h}}$ импульса $P'_{2\text{h}}$ тела 2 в момент времени t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z':

$$P'_{x2\text{h}} = \frac{v'_{x2\text{h}} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2\text{h}}{}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot (v_{x2\text{h}} - V)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (65)$$

$$P'_{y2\text{h}} = \frac{v'_{y2\text{h}} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2\text{h}}{}^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \cdot v_{y2\text{h}}}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \qquad (66)$$

$$P'_{2\text{h}}{}^2 = \left(\frac{v'_{2\text{h}} \cdot M_0}{\sqrt{1 - \frac{v'_{2\text{h}}{}^2}{c^2}}}\right)^2 = \frac{M_0{}^2 \cdot \left\{(v_{x2\text{h}} - V)^2 + \left[v_{y2\text{h}}{}^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\right]\right\}}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)} \qquad (67)$$

Вставив формулу (64) в уравнение (28) с учетом формулы (61) можно записать значение кинетической энергии $E'_{2\text{h}}$ тела 2 в момент времени t'_h в системе отсчета O'$x'y'z'$:

$$E'_{2\text{h}} = M_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{{v'_{2\text{h}}}^2}{c^2}}} - 1 \right) =$$

$$= M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \frac{V \ \cdot v_{x2\text{h}}}{c^2}\right]}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\omega^2 \ \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \quad (68)$$

6. Проверка выполнения закона сохранения импульса

Закон сохранения импульса замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства – однородностью пространства [2], утверждает, что импульс замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина импульса замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

В связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения импульса позволяет записать для моментов времени t'_p и t'_h в системе отсчета O'$x'y'z'$ следующие уравнения:

$$P'_{x1\text{p}} + P'_{x2\text{p}} = P'_{x1\text{h}} + P'_{x2\text{h}} \quad (69)$$

$$P'_{y1\text{p}} + P'_{y2\text{p}} = P'_{y1\text{h}} + P'_{y2\text{h}} \quad (70)$$

$$\left(P'_{x1\text{p}} + P'_{x2\text{p}}\right)^2 + \left(P'_{y1\text{p}} + P'_{y2\text{p}}\right)^2 =$$

$$= (P'_{x1\text{h}} + P'_{x2\text{h}})^2 + \left(P'_{y1\text{h}} + P'_{y2\text{h}}\right)^2 \quad (71)$$

Вставив в уравнение (69) формулы (44), (47), (57) и (65) получим:

$$-\frac{M_0 \cdot \{V+[\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R]-V\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}=$$

$$=-\frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot (v_{x2\mathrm{h}}-V)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (72)$$

или:

$$-\{V+[\omega \cdot R]\}+\{[\omega \cdot R]-V\}=-V+(v_{x2\mathrm{h}}-V) \quad (73)$$

Из уравнения (73) следует, что:

$$v_{x2\mathrm{h}}=0 \quad (74)$$

Далее вставив в уравнение (70) формулы (45), (48), (58) и (66) получим:

$$0+0=\frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot v_{y2\mathrm{h}}}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}} \quad (75)$$

Из уравнения (75) следует, что:

$$v_{y2\mathrm{h}}=-(\omega \cdot R) \quad (76)$$

А если вставить в уравнение (71) формулы (44), (45), (47), (48), (57), (58), (65), (66) и используя (76) получим:

$$\left(-\frac{M_0 \cdot \{V+[\omega \cdot R]\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot \{[\omega \cdot R]-V\}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}\right)^2+0=$$

$$=\left(-\frac{M_0 \cdot V}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot (v_{x2\mathrm{h}}-V)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}\right)^2$$

$$+\left(\frac{M_0 \cdot \omega \cdot R}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}+\frac{M_0 \cdot v_{y2\mathrm{h}}}{\sqrt{1-\frac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}}}\right)^2 \quad (77)$$

или:

$$[-V-(\omega\ \cdot R)+(\omega\ \cdot R)-\ V]^2=$$

$$=[-V+v_{x2\mathrm{h}}\ -\ V]^2+\left[\left(\omega\ \cdot R+v_{y2\mathrm{h}}\right)\cdot\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}\right]^2 \qquad (78)$$

Из уравнения (78) следует, что:

$$v_{y2\mathrm{h}}=\ -(\omega\ \cdot R)+\ \frac{\sqrt{4V^2-(v_{x2\mathrm{h}}\ -\ 2V)}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad (79)$$

$$v_{x2\mathrm{h}}=\ 2V-\sqrt{4V^2-\left[\left(\omega\ \cdot R+v_{y2\mathrm{h}}\right)\cdot\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\right]} \qquad (80)$$

Уравнения (74) и (76) являются необходимыми условиями (значениями проекций скоростей v'_{x2h} и v'_{y2h}), при которых в рассматриваемом примере будет выполняться закон сохранения импульса в инерциальной системе отсчета O'x'y'z'.

Подставив условия (74) и (76) в уравнения (7) и (8), получим:

$$t_{2\mathrm{h}}=0 \qquad (81)$$

А подставив уравнения (52) и (81) в формулу (29) или (53):

$$0\ =\frac{V\cdot R}{c^2}\ \cdot\ [1+1] \qquad (82)$$

будем иметь еще одно условие выполнения закона сохранения импульса в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' для рассматриваемого примера:

$$0\ =\frac{1}{c^2} \qquad (83)$$

Но т.к. величина скорости света c не равна бесконечности, поэтому условие (83) не выполнимо при использовании специальной теории относительности, и следовательно в данном случае закон сохранения импульса выполнен быть не может.

Также возможно, что сделанное предположение, что постоянная величина c в преобразованиях Лоренца является скоростью света, не верно.

В итоге можно сделать вывод, что в инерциальной системе отсчета

O'x'y'z' применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения импульса.

7. Проверка выполнения закона сохранения энергии

Закон сохранения энергии замкнутой механической системы тел, связанный со свойством симметрии пространства и времени – однородностью времени [2], утверждает, что энергия замкнутой механической системы тел (на которую не действуют внешние силы) является величиной постоянной, т.е. в любой инерциальной системе отсчета для любого момента времени величина энергии замкнутой механической системы тел является величиной постоянной (т.к. отсутствует внешнее воздействие).

До начала рассмотрения сделаем предположение, что если в одной инерциальной системе отсчета у замкнутой механической системы и ее составляющих не происходит изменение величин потенциальной энергии, то и в любой другой инерциальной системе отсчета у этой же замкнутой механической системы и ее составляющих не будет происходить изменение величин потенциальной энергии.

С учетом сделанного предположения и в связи с тем, что механическая система тел 1 и 2 (и нити 3) является замкнутой, закон сохранения энергии позволяет записать для моментов времени t'_{p} и t'_{h} в системе отсчета O'x'y'z' следующее уравнение:

$$E'_{1\mathrm{p}} + E'_{2\mathrm{p}} = E'_{1\mathrm{h}} + P'_{x2\mathrm{h}} \tag{84}$$

Вставив в уравнение (84) формулы (50), (51), (60) и (68) получим:

$$M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 + \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} +$$

$$+M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \dfrac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right]}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \ \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} =$$

$$= \ M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{V^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \dfrac{\omega^2 \ \cdot R^2}{c^2}\right)}} - 1 \right\} +$$

$$+M_0 \cdot c^2 \cdot \left\{ \frac{\left[1 - \dfrac{V \ \cdot v_{x2\mathrm{h}}}{c^2}\right]}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}} \cdot \sqrt{1 - \dfrac{\omega^2 \ \cdot R^2}{c^2}}} - 1 \right\} \qquad (85)$$

или:

$$\left[1 + \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right] + \left[1 - \frac{V \cdot \omega \cdot R}{c^2}\right] = \ 1 + \left[1 - \frac{V \ \cdot v_{x2\mathrm{h}}}{c^2}\right] \qquad (86)$$

Из уравнения (86) следует, что:

$$v_{x2\mathrm{h}} = \ 0 \qquad (74)$$

В итоге здесь также, как и при проверке выполнения закона сохранения импульса, можно сделать следующий вывод: в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' применение специальной теории относительности при описании движения замкнутой механической системы тел, рассматриваемой в данном примере, приводит к невыполнению закона сохранения энергии (т.к. в инерциальной системе отсчета O'x'y'z' в замкнутой механической системе происходит только изменение величин кинетических энергий без изменения величин потенциальных энергий).

8. Заключение

В заключение можно отметить, что использование специальной теории относительности при рассмотрении отдельных примеров может привести к невыполнению законов сохранения импульса и энергии замкнутой механической системы в инерциальных системах отсчета.

Список литературы

1. Cochetkov V.N., Special Relativity: Depending on the Definition of the Momentum of a Closed System of Bodies from Time, Journal of Vectorial Relativity (JVR) 6 (2011) 1 65-76.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике, Наука, Москва (1980).
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, Наука, Москва (1986).

Автор В.Н. Кочетков

E-mail: VNKochetkov@gmail.com .

E-mail: VNKochetkov@rambler.ru .

Сайт: http://www.matphysics.ru .